



جمهوری اسلامی ایران
وزرات آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی : پایه : یازدهم کلاس :	امتحانات نوبت اول آمار و احتمال	نام دبیر : آقای گروسی تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۱۰/۲۹ زمان پاسخگویی : ۹۰ دقیقه
-------------------------------------------------	--------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------

ردیف	سؤالات	نمره
۱	کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است؟ برای جملات نادرست دلیل بیاورید. الف) جمله « به امید پاک شدن هوای تهران » یک گزاره است. ب) اگر $x=2$ و $y=3$ باشد، آنگاه $(x-2)^2+(y-3)^2=0$ است و برعکس.	۰/۷۵
۲	نقیض گزاره « اگر x عددی اول باشد و y زوج نباشد، آنگاه z فرد نیست. » را بنویسید.	۰/۷۵
۳	ارزش گزاره $[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r)$ معادل ارزش کدام یک از گزاره های زیر است؟ چرا؟ $\sim r$ (۴) $p \wedge q$ (۳) $p \vee q$ (۲) r (۱)	۱
۴	به وسیله جدول ارزش گزاره ها توضیح دهید که ارزش گزاره $\sim p \Rightarrow [\sim q \wedge (p \Rightarrow q)]$ درست یا نادرست است؟	۱
۵	نقیض گزاره $\forall x \in (0, +\infty) : x + \frac{1}{x} \geq 2$ را بنویسید و ارزش آن را تعیین کنید. ارزش:	۱
۶	اگر دو مجموعه $A = \{0, 1\}$ و $B = \{x^3 + 5x^2 + 2x - 8, x\}$ برابر باشند، مجموعه $C = \{2x - 1, x, 1, x^2\}$ چند زیرمجموعه دارد؟	۰/۷۵



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	امتحانات نوبت اول آمار و احتمال	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم		تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۱۰/۲۹
کلاس :		زمان پاسخگویی : ۹۰ دقیقه

۷	اگر $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ باشد، آنگاه : الف) تعداد زیرمجموعه های A که شامل a و c بوده و فاقد b باشند را بدست آورید. ب) تعداد زیرمجموعه های سه عضوی A که شامل e و فاقد f باشند را بدست آورید.	۱
۸	اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5\}$ باشند، چند مجموعه مانند X در رابطه $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$ صدق می کند؟	۰/۷۵
۹	تعداد افرازهای مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ که شامل فقط مجموعه های دو عضوی باشند، کدام است؟	۰/۷۵
۱۰	اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : m \geq -n, 2^m \leq n\}$ ، آنگاه مجموعه $A_4 \cap A_3$ چند زیرمجموعه دارد؟	۱
۱۱	اگر $A_i = [-i, \frac{9-i}{2}]$ و $i \in \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ باشد، آنگاه $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7)$ به کدام صورت است؟	۱
۱۲	ساده شده عبارت $[(A \cap B) - A] - [(A \cup B) - (A \cap B)]$ چه مجموعه ای است؟	۰/۷۵
۱۳	یک رابطه برای قسمت هاشورزده زیر بنویسید. 	۰/۵
۱۴	اگر $A = (-2, 1]$ و $B = [0, 2]$ و $C = \{1, 2\}$ باشد، آنگاه نمودارهای $A \times B$ و $C \times A$ را رسم کنید.	۱



جمهوری اسلامی ایران
وزرات آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی : پایه : یازدهم کلاس :	امتحانات نوبت اول آمار و احتمال	نام دبیر : آقای گروسی تاریخ امتحان : ۱۳۹۹/۱۰/۲۹ زمان پاسخگویی : ۹۰ دقیقه
-------------------------------------------------	--------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------

۲	خانواده های A و B هر کدام دارای ۳ فرزند هستند. با کدام احتمال تعداد دختران خانواده A از تعداد دختران خانواده B بیشتر است؟	۱۵
۲	دو تاس را باهم پرتاب می کنیم. احتمال آن را به دست آورید که : الف) حداقل یک تاس عدد ۶ بیاید. ب) مجموع دو تاس حداقل ۸ شود. ج) تاس اول بزرگتر از تاس دوم بیاید.	۱۶
۲	الف) در پرتاب یک سکه ناسالم، احتمال آمدن «رو» نصف احتمال آمدن «پشت» است. در پرتاب این سکه احتمال ظاهر شدن رو و پشت را حساب کنید. ب) سه دونه a و b و c در مسابقه ای شرکت کرده اند. اگر احتمال برد a دو برابر برد b و احتمال برد b سه برابر برد c باشد. احتمال برد b را حساب کنید.	۱۷
۲	سه تاس را با هم پرتاب می کنیم. احتمال آن را بدست آورید که : الف) حداقل یک تاس مضرب ۳ بیاید. ب) هر سه تاس زوج بیایند.	۱۸
صفحه ی ۳ از ۳		

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضا: مدیر																																													
1	الف) نادرست - زیرا جمله احساسی است و گزاره باید جمله خبری باشد. ب) درست																																														
2	X عددی اول است و Y زوج نیست و Z فرد است.																																														
3	گزینه «۱» روش اول: اگر گزاره موردنظر در صورت سوال را S بنامیم، آنگاه طبق جدول ارزش گزاره ها داریم:																																														
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>P</th> <th>q</th> <th>r</th> <th>~p</th> <th>~q</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td></tr> </tbody> </table>	P	q	r	~p	~q	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	د	د	ن	ن	ن	د	ن	د	د	د	ن	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	د	د	د	ن	ن	ن	د	د	
	P	q	r	~p	~q																																										
د	د	د	ن	ن																																											
د	د	ن	ن	ن																																											
د	ن	د	ن	د																																											
د	ن	ن	ن	د																																											
ن	د	د	د	ن																																											
ن	د	ن	د	ن																																											
ن	ن	د	د	د																																											
ن	ن	ن	د	د																																											
<table border="1"> <thead> <tr> <th>p^r</th> <th>q^r</th> <th>~q^r</th> <th>~p^(~q^r)</th> <th>S</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table>	p^r	q^r	~q^r	~p^(~q^r)	S	د	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن	ن		
p^r	q^r	~q^r	~p^(~q^r)	S																																											
د	د	ن	ن	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
د	ن	د	ن	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
ن	د	ن	ن	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
ن	ن	د	د	د																																											
ن	ن	ن	ن	ن																																											
	همان طور که در جدول مشاهده می گردد، ارزش گزاره موردنظر دقیقاً معادل ارزش گزاره T است. روش دوم: طبق قوانین توزیع پذیری، شرکت پذیری و جابجایی و دمورگان داریم:																																														
	$[\sim p^{(\sim q^r)}] \vee (q^r) \vee (p^r)$ $\equiv [(\sim p^{\sim q})^r] \vee [(q^r) \vee (p^r)]$ $\equiv [\sim (p \vee q)^r] \vee [(q \vee p)^r]$ $\equiv [\sim (p \vee q) \vee (p \vee q)]^r \equiv r$ <p style="text-align: center;">T</p>																																														

مطابق جدول ارزش گزاره ها داریم:

P	q	$\sim p$	$\sim q$
د	د	ن	ن
د	ن	ن	د
ن	د	د	ن
ن	ن	د	د

4

$p \rightarrow q$	$\sim q \wedge (p \rightarrow q)$	$[\sim q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \sim p$
د	ن	د
ن	ن	د
د	ن	د
د	د	د

بنا بر این ارزش گزاره مورد نظر ، همواره درست است.

5
 $\exists x \in (0, +\infty) : x + \frac{1}{x} < 2$
 ارزش: چون به ازای هیچ مقدار مثبتی از x ، $x + \frac{1}{x}$ است کوچکتر از 2 نمی شود، پس ارزش گزاره فوق نادرست است.

دو مجموعه زمانی مساوی اند که اعضای یکسانی داشته باشند.

6
 $A=B \rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول : } x=0 \text{ و } x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = -8 \\ \text{حالت دوم : } x=1 \text{ و } x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 0 \end{cases}$
 حالت اول واضح است که امکان پذیر نیست پس $x=1$ بوده و $C = \{1\}$ است و 1 عضو دارد و $2^1 = 2$ زیر مجموعه دارد.

7
 الف) $\left\{ \frac{1}{a} \times \frac{1}{b} \times \frac{1}{c} \times \frac{2}{d} \times \frac{2}{e} \times \frac{2}{f} \right\} = 8$
 ب) $\begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 \\ & 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

8
 با توجه به این که $A \cap B = \{2,3,4\}$ و $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$ پس در X ، $\{4,3,2\}$ باید باشند و یک حالتی هستند ولی $\{1,5\}$ هم می توانند باشند و هم می توانند نباشند پس دو حالتی هستند. در نتیجه X ، 4 حالت دارد.

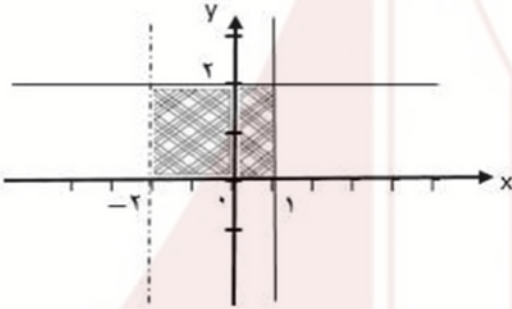
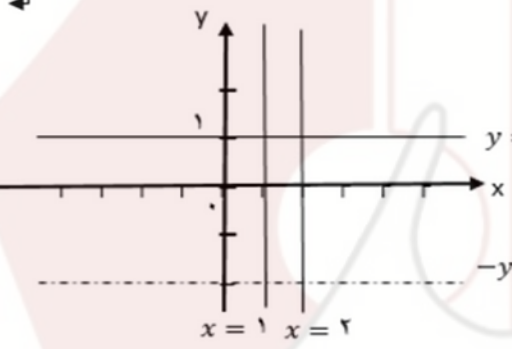
9
 $\frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = 15$

10
 $A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$
 $A_4 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
 $\rightarrow A_3 \cap A_4 = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$

پس 5 عضو و در نتیجه $2^5 = 32$ زیر مجموعه دارد.

طبق تعریف مجموعه A_1 خواهیم داشت:

11
 $A_1 = [-1, 4]$
 $A_2 = [-2, \frac{7}{2}]$
 $A_5 = [-5, 2]$
 $A_7 = [-7, 1]$
 $A_2 \cap A_5 = [-2, 2]$ $A_1 \cap A_7 = [-1, 1]$
 $(A_2 \cap A_5) - (A_1 \cap A_7) = [-2, 2] - [-1, 1] = [-2, -1) \cup (1, 2]$

<p>می دانیم $(A \cap B) \subseteq A$ است. بنابراین این :</p> <p>$(A \cap B) - A = \emptyset$</p> <p>بنابر این حاصل عبارت داده شده \emptyset است.</p>	12											
<p>$[(A \cap B) - C] \cup [C - (A \cup B)]$</p> <p>هر رابطه ای علاوه بر این هم، اگر قسمت هاشور زده ها نشان دهد قابل قبول است.</p>	13											
<p>$A \times B = (-2.1] \times [0.2]$</p> <p style="margin-left: 40px;"> \downarrow \downarrow x y </p>  <p style="text-align: right;">→ شکل مستطیلی به اضلاع ۲ و ۳ می شود</p> <p>$C \times A = \{1.2\} \times (-2.1]$</p> <p style="margin-left: 40px;"> \downarrow \downarrow x y </p>  <p style="text-align: right;">→ شکل دو پاره خط می شود</p>	14											
<p>$n(S) = 2^3 \times 2^3 = 64$</p> <table style="margin-left: 40px; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; border-bottom: 1px solid black;">خانواده A</th> <th style="text-align: left; border-bottom: 1px solid black;">خانواده B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">2</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> </tr> <tr> <td rowspan="3">3</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>1</td> </tr> <tr> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>$n(A) = \binom{3}{1} \times \binom{3}{0} + \binom{3}{2} \times \binom{3}{0} + \binom{3}{2} \times \binom{3}{1} + \binom{3}{3} \times \binom{3}{0} + \binom{3}{3} \times \binom{3}{1} + \binom{3}{3} \times \binom{3}{2} = 22$</p> <p>$\rightarrow p = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$</p>	خانواده A	خانواده B	1	0	2	0	1	3	0	1	2	15
خانواده A	خانواده B											
1	0											
2	0											
	1											
3	0											
	1											
	2											

<p>الف</p> $n(s) = 6^2 = 36 \quad . \quad A = \left\{ \left(\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \right) \right\}$ $n(A) = 11 \rightarrow p = \frac{11}{36}$ <p>ب</p> $n(s) = 36 \cdot A = \left\{ (2,6) \left(\begin{matrix} 5 \\ 6 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 3 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \end{matrix} \right) \right\} n(A) = 15$ $\rightarrow p = \frac{15}{36}$ <p>ج</p> $n(s) = 36 \cdot A = \left\{ (2,1) \left(\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \right) \left(\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \right) \right\}$ $n(A) = 15 \quad p = \frac{15}{36}$	16
<p>الف</p> $s = \{ \varphi, \cdot \}$ $p(\varphi) + p(\cdot) = 1$ $p(\varphi) + \frac{p(\varphi)}{2} = 1$ $\frac{3}{2}p(\varphi) = 1 \rightarrow p(\varphi) = \frac{2}{3}$ $p(\cdot) = \frac{1}{3}$ <p>ب</p> $p(a) = 2p(b)$ $p(b) = 3p(c)$ $s = \{a, b, c\} \rightarrow \frac{p(a)}{2x} + \frac{p(b)}{x} + \frac{p(c)}{\frac{x}{3}} = 1 \rightarrow \frac{10}{3}x = 1 \quad x = \frac{3}{10}$	17
<p>الف</p> <p>هر سه تاس مضرب ۳ نیابند</p> $p = 1 - \left(\frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \right) = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$ <p>ب</p> $p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ <p>تاس سوم زوج بیاید → تاس دوم زوج بیاید → تاس اول زوج بیاید</p>	18