



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان :
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه

ردیف	سوالات	بارم												
1	قانون شرکت پذیری $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ را به کمک جدول ارزش گزاره‌ها اثبات کنید.	1.25												
2	برای هر مجموعه دلخواه مانند $A$ با مرجع $U$ ثابت کنید: $\emptyset \subseteq A$ .	1.25												
3	درستی تساوی مقابل را ثابت کنید. $(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cup B$	2												
4	اگر $A$ و $B$ دو پیشامد از فضای نمونه $S$ باشند، ثابت کنید: $P(A' \cup B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$ .	1												
5	تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که وقوع هر عدد، متناسب با عدد روی تاس است. مطلوب است احتمال این که این تاس زوج بیاید.	1												
6	در دو ظرف مشابه به ترتیب در ظرف اول ۶ مهره سفید و ۱۸ مهره سیاه و در ظرف دوم ۳ مهره سفید و ۱۵ مهره سیاه وجود دارد. از ظرف اول ۷ مهره و از ظرف دوم ۵ مهره به تصادف برداشته و در ظرف جدیدی می‌ریزیم. سپس از ظرف آخر یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن را بیابید که مهره آخر سفید باشد.	1.25												
7	فضای نمونه یک آزمایش تصادفی و $P(\{1, 2\}) = \frac{2}{7}$ و $P(\{1, 2, 3, 4\}) = \frac{3}{8}$ باشد، مطلوب است احتمال وقوع پیشامدهای زیر: الف) $A = \{1, 2, 5\}$ ب) $A'$	1												
8	از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب، ۳ لامپ به تصادف بیرون می‌آوریم. مطلوب است احتمال آن که: الف) هر سه لامپ سالم باشند. ب) حداقل دو لامپ سالم باشد.	1.25												
9	تعداد داده‌های آماری در جدول روبه‌رو ۲۰ باشد فراوانی مطلق دسته سوم و وانی نسبی دسته چهارم کدام است؟	1												
	<table border="1"> <tr> <td><math>X_i</math></td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۵</td> <td>۶</td> </tr> <tr> <td>درصد فراوانی نسبی</td> <td>%۳۵</td> <td>%۲۰</td> <td>%۲۵</td> <td>x</td> </tr> </table>	$X_i$	۲	۳	۵	۶	درصد فراوانی نسبی	%۳۵	%۲۰	%۲۵	x			
$X_i$	۲	۳	۵	۶										
درصد فراوانی نسبی	%۳۵	%۲۰	%۲۵	x										
10	معدل ۶ درس یک دانش‌آموز برابر ۱۷ بوده است. اگر دو نمره ۱۹ و ۱۵ را به نمرات او اضافه کنیم، معدل جدید دانش‌آموز چه قدر است؟	1												
11	جدول مقابل تفاضل شد از میانگین چه قدر است؟	1.5												
	<table border="1"> <tr> <td><math>X_i</math></td> <td>۱۲</td> <td>۱۴</td> <td>۱۶</td> <td>۱۸</td> <td>۲۰</td> </tr> <tr> <td><math>f_i</math></td> <td>۷</td> <td>۱۲</td> <td>۹</td> <td>۷</td> <td>۵</td> </tr> </table>	$X_i$	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰	$f_i$	۷	۱۲	۹	۷	۵	
$X_i$	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰									
$f_i$	۷	۱۲	۹	۷	۵									
12	در داده‌های ۲۵، ۲۰، ۲۱، ۲۶، ۱۲، ۱۴، ۱۵، ۲۴، ۲۰، ۱۶، ۱۴ و ۱۸ میانگین داده‌های بیشتر از چارک اول و کم‌تر از چارک دوم را محاسبه کنید.	1.5												



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	امتحانات نوبت دوم	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم	نام درس : آمار احتمال	تاریخ امتحان :
رشته : ریاضی		زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه

13	در جدول فراوانی مقابل واریانس داده‌ها چه قدر است؟	<table border="1"> <tr> <td>۲۴</td> <td>۲۱</td> <td>۱۸</td> <td>۱۵</td> <td>۱۲</td> <td>مرکز دسته</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>۷</td> <td>۹</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>فراوانی</td> </tr> </table>	۲۴	۲۱	۱۸	۱۵	۱۲	مرکز دسته	۲	۷	۹	۳	۴	فراوانی
۲۴	۲۱	۱۸	۱۵	۱۲	مرکز دسته									
۲	۷	۹	۳	۴	فراوانی									
14	روش‌های گردآوری داده‌ها را بیان کرده و دو مورد را به دلخواه تعریف کنید.	1												
15	نمونه‌گیری خوشه‌ای را تعریف کرده و یک مثال مناسب بزنید.	1												
16	داده‌های مقابل نمرات ۲۴ دانش‌آموز از ۱۰۰ نمره است. الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را محاسبه کنید. ب) اگر انحراف معیار جامعه ۶ باشد، بازه اطمینان ۹۵ درصدی را برای میانگین نمرات جامعه محاسبه کنید.	<p>۷۵، ۶۷، ۷۰، ۷۱، ۷۱، ۷۳، ۷۴، ۷۵، ۷۹، ۷۸، ۷۸، ۷۸، ۷۸، ۷۷، ۷۵، ۸۰، ۸۷، ۸۶، ۸۶، ۸۳، ۸۲، ۸۲، ۸۱، ۹۱</p>												
۲۰	موفق باشید													



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:	نام دبیر: آقای گروسی
پایه: یازدهم	تاریخ امتحان:
رشته: ریاضی	زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

ردیف	سوالات	بارم
------	--------	------

۱	<table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>r</th> <th><math>p \vee q</math></th> <th><math>(p \vee q) \vee r</math></th> <th><math>(q \vee r)</math></th> <th><math>p \vee (q \vee r)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>د</td><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>د</td><td>ن</td><td>د</td><td>د</td><td>د</td></tr> <tr><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td><td>ن</td></tr> </tbody> </table> <p>ستون‌های پنجم و هفتم دقیقاً مثل هم هستند، پس: <math>(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)</math></p>	p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$(q \vee r)$	$p \vee (q \vee r)$	د	د	د	د	د	د	د	د	د	ن	د	د	د	د	د	ن	د	د	د	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	د	ن	د	د	د	د	د	د	ن	د	ن	د	د	د	د	ن	ن	د	ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	۱
	p	q	r	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$	$(q \vee r)$	$p \vee (q \vee r)$																																																										
	د	د	د	د	د	د	د																																																										
	د	د	ن	د	د	د	د																																																										
	د	ن	د	د	د	د	د																																																										
	د	ن	ن	د	د	ن	د																																																										
	ن	د	د	د	د	د	د																																																										
	ن	د	ن	د	د	د	د																																																										
	ن	ن	د	ن	د	د	د																																																										
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن																																																											

۲	<p>۲- برای اثبات درستی <math>\emptyset \subseteq A</math> باید نشان دهیم که ارزش گزاره شرطی: <math>\forall x; (x \in \emptyset \Rightarrow x \in A)</math> همواره درست است. چون در این گزاره شرطی ارزش مقدم یعنی <math>x \in \emptyset</math> نادرست است پس طبق جدول ارزش گزاره شرطی دیگر ارزش تالی یعنی <math>x \in A</math> مهم نیست و ارزش کل گزاره همواره درست است. (این اصل را انتغای مقدم نامند).</p>	
---	---	--

۳	<p>۳- ابتدا اجتماع اولی را ساده می‌کنیم:</p> $(A - B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B)$ <p>از <math>(A \cap)</math> فاکتور می‌گیریم:</p> $A \cap (B' \cup B) = A \cap (\text{مرجع}) = A$ <p>مرجع</p> <p>در ادامه داریم:</p> $\Rightarrow A \cup (B - A) = A \cup (B \cap A')$ <p>از قانون پخشی استفاده می‌کنیم:</p> $= (A \cup B) \cap (A \cup A') = (A \cup B) \cap (\text{مرجع}) = A \cup B$ <p>مرجع</p>	
---	---	--



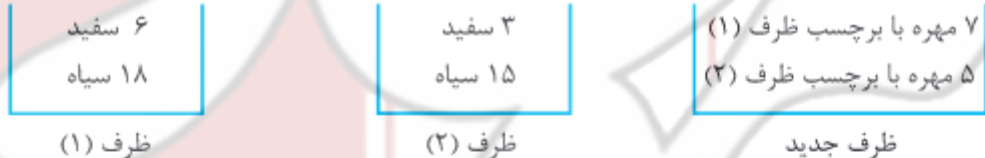
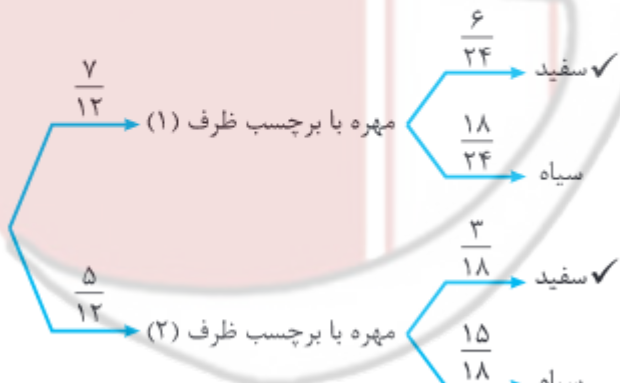
جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:	نام دبیر: آقای گروسی
پایه: یازدهم	تاریخ امتحان:
رشته: ریاضی	زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

۴	<p>۴- طبق قانون اجتماع: <math>P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B)</math></p> <p>اما <math>P(A') = 1 - P(A)</math> و <math>P(A' \cap B) = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)</math> در نتیجه با جای گذاری در صورت سؤال داریم:</p> $1 - P(A) + P(B) - P(B) + P(A \cap B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$
---	--

۵	<p>۵- طبق فرض اگر <math>P(1) = x</math> در نظر بگیریم، آن گاه:</p> $P(2) = 2x \quad P(3) = 3x \quad P(4) = 4x \quad P(5) = 5x \quad P(6) = 6x$ <p>از طرفی <math>P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1</math> لذا:</p> $x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1$ $\Rightarrow 21x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{21}$ <p><math>P(\text{زوج آمدن}) = P(2) + P(4) + P(6)</math></p> $= 2x + 4x + 6x = 12x = 12 \left( \frac{1}{21} \right) = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$
---	---

۶	<p>۶- </p> <p>ظرف جدید</p> <p>ابتدا ۷ مهره انتخابی از ظرف ۱ را با برچسب ظرف ۱ و ۵ مهره انتخابی از ظرف ۲ را با برچسب ظرف ۲ در ظرف جدید بریزید. سپس از این ظرف یک مهره برمی داریم:</p>  <p><math>P(\text{سفید}) = \frac{7}{12} \times \frac{6}{24} + \frac{5}{12} \times \frac{3}{18} = \frac{7}{12} \times \frac{1}{4} + \frac{5}{12} \times \frac{1}{6} = \frac{21+10}{12 \times 12} = \frac{31}{144}</math></p>
---	---



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی:	نام دبیر: آقای گروسی
پایه: یازدهم	تاریخ امتحان:
رشته: ریاضی	زمان پاسخگویی: ۱۰۰ دقیقه

۷	<p>۷- الف) طبق فضای نمونه <math>S = \{1, 2, 3, 4, 5\}</math> داریم:</p> $P(\{1, 2, 3, 4\}) + P(\{5\}) = 1$ $\Rightarrow \frac{3}{5} + P(\{5\}) = 1 \Rightarrow P(\{5\}) = \frac{2}{5}$ <p>اما <math>A = \{1, 2, 5\}</math> پس:</p> $P(A) = P(\{1, 2\}) + P(\{5\}) = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} = \frac{24}{35}$ <p>ب)</p> $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{24}{35} = \frac{11}{35}$
۸	<p>۸- الف) هر سه سالم:</p> $n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{6!3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2} = 84$ <p>ب) حداقل ۲ سالم</p> <p>(۱) ۲ سالم و ۱ معیوب</p> <p>(۲) ۳ سالم</p> $P(A) = \frac{\binom{4}{3}}{84} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$ $P(B) = \frac{\binom{4}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{4}{3}}{84} = \frac{30 + 4}{84} = \frac{17}{42}$
۹	<p>۹- مجموع درصد فراوانی نسبی باید ۱۰۰ شود، پس:</p> $\frac{25}{100} + \frac{20}{100} + \frac{25}{100} + x = 100 \Rightarrow x = 30\%$ <p>در دسته سوم ۲۵٪ داده‌ها قرار دارند تعداد داده‌ها ۲۰ تا است، پس:</p> $f_r = \frac{25}{100} \times 20 = 5 \quad f_f = \frac{20}{100} \times 20 = 4 \Rightarrow F_f = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$
۱۰	<p>۱۰- معادله <math>x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 102</math></p> $\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6} = 17 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 6 \times 17 = 102$ <p>معادله جدید <math>\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6 + 15 + 19}{8} = \frac{102 + 15 + 19}{8} = \frac{136}{8} = 17</math></p>



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	امتحانات نوبت دوم	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم	نام درس : پاسخنامه	تاریخ امتحان :
رشته : ریاضی	آمار احتمال	زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه

۱۱	<p>۱۱- مد: داده با بیشترین فراوانی، پس مد = ۱۴. برای محاسبه میانگین؛ هر عدد را در فراوانی اش ضرب کرده سپس بر تعداد اعداد (مجموع فراوانی ها) تقسیم می کنیم:</p> $\bar{x}_w = \frac{7 \times 12 + 12 \times 14 + 9 \times 16 + 7 \times 18 + 5 \times 20}{7 + 12 + 9 + 7 + 5}$ $= \frac{84 + 168 + 144 + 126 + 100}{40} = \frac{622}{40} = 15.55$ $\Rightarrow  14 - 15.55  = 1.55$
۱۲	<p>۱۲- ابتدا اعداد را به صورت صعودی مرتب می کنیم:</p> <p>۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۰, ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۶</p> <p>تعداد داده ها، <math>n = 12</math> زوج است پس میانگین دو عدد وسطی همان <math>Q_2</math> یا میانه است.</p> $Q_2 = \frac{18 + 20}{2} = 19$ <p>داده های قبل از <math>Q_2</math> عبارتند از:</p> <p>۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸</p> <p>همانند بالا اگر میانه حساب کنیم چارک اول یا <math>Q_1</math> به دست می آید:</p> $Q_1 = \frac{14 + 15}{2} = 14.5$ <p>داده های بیشتر از چارک اول و کم تر از چارک دوم (میانه) عبارتند از: ۱۵, ۱۶, ۱۸</p> <p>میانگین = <math>\frac{15 + 16 + 18}{3} = \frac{49}{3}</math></p>



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

<p>نام دبیر : آقای گروسی تاریخ امتحان : زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه</p>	<p><b>امتحانات نوبت دوم</b> <b>نام درس : پاسخنامه</b> <b>آمار احتمال</b></p>	<p>نام و نام خانوادگی : پایه : یازدهم رشته : ریاضی</p>
	<p>۱۳- ابتدا میانگین موزون را حساب می‌کنیم: برای این کار هر عدد باید در فراوانی‌اش ضرب شود.</p> $\bar{X}_w = \frac{4 \times 12 + 3 \times 15 + 9 \times 18 + 7 \times 21 + 2 \times 24}{4 + 3 + 9 + 7 + 2}$ $= \frac{48 + 45 + 162 + 147 + 48}{25} = \frac{450}{25} = \frac{1800}{100} = 18$ <p>واریانس <math>\sigma^2 = \frac{(12-18)^2 \times 4 + (15-18)^2 \times 3 + (18-18)^2 \times 9}{25}</math></p> $+ \frac{(21-18)^2 \times 7 + (24-18)^2 \times 2}{25}$ $= \frac{144 + 27 + 0 + 63 + 72}{25} = \frac{306}{25} = \frac{1224}{100} = 12/24$	<p>۱۳</p>
	<p>۱۴- مشاهده، مصاحبه، پرسش‌نامه، دادگان‌ها مشاهده: گردآوری داده‌ها بدون نیاز به فرد پاسخگو مصاحبه: بین دو نفر صورت می‌گیرد یکی مصاحبه‌گر و دیگری پاسخگو پرسش‌نامه: مجموعه سؤالات از قبل تعیین شده که توسط تعدادی پاسخگو تکمیل می‌شود. دادگان‌ها: شامل مجموعه‌ای از اطلاعات ذخیره شده است.</p>	<p>۱۴</p>
	<p>۱۵- نمونه‌گیری خوشه‌ای: نمونه‌گیری است که در آن واحدهای نمونه‌گیری اولیه در جامعه، گروه‌ها یا خوشه‌ها هستند. سپس همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.</p> <p><b>مثال:</b> در نظرخواهی از دانش‌آموزان مدارس منطقه ۱۳ شهر تهران، ابتدا لیستی از مدارس این منطقه تهیه کرده، هر مدرسه شامل گروهی از دانش‌آموزان است (خوشه‌ها) سپس می‌توان یک نمونه تصادفی از مدارس (خوشه‌ها) انتخاب کرد و با نمونه تصادفی ساده‌ای از دانش‌آموزان آن مصاحبه کرد.</p>	<p>۱۵</p>



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	امتحانات نوبت دوم	نام دبیر : آقای گروسی
پایه : یازدهم	نام درس : پاسخنامه	تاریخ امتحان :
رشته : ریاضی	آمار احتمال	زمان پاسخگویی : ۱۰۰ دقیقه

۱۶	$\bar{x} = \frac{\text{مجموع اعداد}}{۲۴} = \frac{۱۸۷۷}{۲۴} = ۷۸$ $\sigma^2 = \frac{۹+۱۶+۲۵+۴۹+۴۹+۶۴+۱۲۱+۹+۱+۱+۹+۴}{۲۴}$ $+ \frac{۸۱+۶۴+۶۴+۲۵+۱۶+۱۶+۹+۱۶۹}{۲۴} = \frac{۸۰۱}{۲۴} \approx ۳۳/۳ \Rightarrow \sigma^2 = ۳۳/۳$ $\Rightarrow \sigma_{\text{نمونه}} = \sqrt{۳۳/۳} \approx ۵/۷۷$ <p>ب) <math>\bar{x}_{\text{نمونه}} = ۷۸</math>      <math>\sigma_{\text{جامعه}} = ۶</math></p> $۷۸ - \frac{۲(۶)}{\sqrt{۲۴}} \leq \mu \leq ۷۸ + \frac{۲(۶)}{\sqrt{۲۴}} \Rightarrow ۷۸ - \sqrt{۶} \leq \mu \leq ۷۸ + \sqrt{۶}$ $\xrightarrow{\sqrt{۶} \approx ۲/۴۵} ۷۸ - ۲/۴۵ \leq \mu \leq ۷۸ + ۲/۴۵$ $\Rightarrow ۷۵/۵۵ \leq \mu \leq ۸۰/۴۵ \Rightarrow \mu \in (۷۵/۵۵, ۸۰/۴۵)$	۱۶
۲۰	موفق باشید	