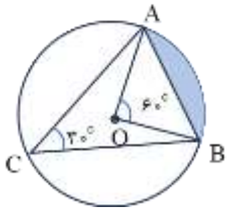
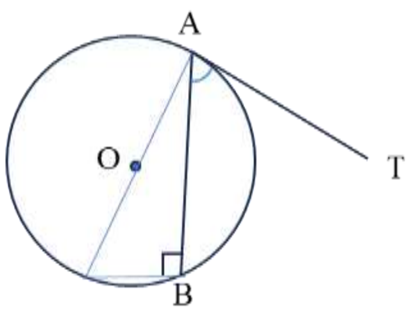
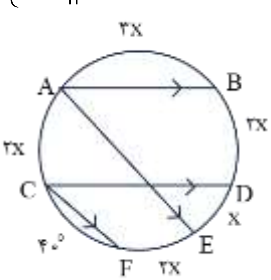
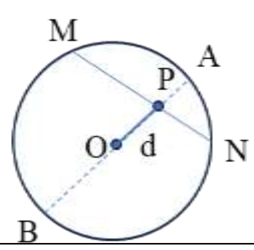
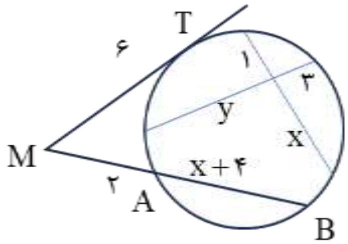
بسمه تعالی

کلید امتحان شبه‌پایانی درس: هندسه ۲	رشته: ریاضی فیزیک	مؤسسه فرهنگی – آموزشی ژیوار

ردیف	پاسخ	نمره
۱ -	الف) نادرست ب) درست پ) نادرست ت) درست (بارم هر قسمت ۰/۲۵)	۱
۲-	الف) کمتر از ب) ۵۰° پ) زاویه مرکزی ت) عمودمنصف اضلاع مثلث است. (بارم هر قسمت ۰/۲۵)	۱
۳-	مطابق شکل $OA=OB=R=۲$ (۰/۲۵) زاویه $\hat{C}=۳۰^\circ$ محاطی است پس زاویه مرکزی $\hat{O}$ برابر ۶۰° است. (۰/۲۵) برای محاسبه مساحت ناحیه رنگی کافی است مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع **OAB** را از مساحت قطاع **OAB** کم کنیم. (۰/۲۵)  $S_{\text{قطاع } OAB}=\frac{\pi R^{۲}\alpha}{۳۶۰}=\frac{\pi\times۴\times۶۰}{۳۶۰}=\frac{۲\pi}{۳}$ (۰/۲۵) و مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع **OAB** به ضلع $a=۲$ برابر است با: $\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^{۲}=\frac{\sqrt{۳}}{۴}\times۴=\sqrt{۳}$ (۰/۲۵) در نتیجه مساحت ناحیه رنگی برابر است با: (۰/۲۵) $\frac{۲\pi}{۳}-\sqrt{۳}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۴-	نخست قطر **AD** را رسم کرده و **D** را به **B** وصل می‌کنیم. زاویه محاطی $A\hat{B}D$ روبه روی قطر بوده پس مساوی 90° است. (۰/۲۵)  $\underbrace{A\hat{D}B+D\hat{A}B=۹۰^\circ}_{(۰/۲۵)}$ (۱) $\underbrace{B\hat{A}T+D\hat{A}B=۹۰^\circ}_{(۰/۲۵)}$ (۲) از دو رابطه اخیر نتیجه می‌شود (۰/۲۵) $B\hat{A}T=A\hat{D}B$ و از آنجا که (۰/۲۵) $A\hat{D}B=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$ لذا (۰/۲۵) $B\hat{A}T=\frac{\overset{\frown}{AB}}{۲}$	۱/۵
۵-	می‌دانیم اگر در دایره‌ای دو وتر موازی باشند، کمان‌های بین آن‌ها مساوی‌اند. (۰/۲۵) پس داریم: $\begin{cases} AB \parallel CD \Rightarrow \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}=۲x \quad (۰/۲۵) \\ AE \parallel CF \Rightarrow \overset{\frown}{EF}=\overset{\frown}{AC}=۲x \quad (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow ۳x+۲x+x+۲x+۲x+۴۰=۳۶۰^\circ \Rightarrow x=۳۲^\circ \ (۰/۵)$  (۰/۲۵)	۱/۵
۶-	$\begin{cases} ۵۵^\circ=\frac{x-y}{۲} \ (۰/۲۵) \Rightarrow x-y=۱۱۰^\circ \\ ۸۵^\circ=\frac{x+y}{۲} \ (۰/۲۵) \Rightarrow x+y=۱۷۰^\circ \end{cases} \Rightarrow x=۱۴۰^\circ \ (۰/۲۵)\,,\ y=۳۰^\circ \ (۰/۲۵)\,,\ \alpha=\frac{\overset{\frown}{y}}{۲}=۱۵^\circ \ (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۷-	نخست **op** را امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقاط **A** و **B** قطع کند می‌دانیم: (۰/۲۵) $\underbrace{PM.PN=PA.PB}_{۰/۲۵}=\underbrace{(OA-OP)}_{۰/۲۵}.\underbrace{(OB+OP)}_{۰/۲۵}=\underbrace{(R-d).(R+d)}_{۰/۲۵}=\underbrace{R^{۲}-d^{۲}}_{۰/۲۵}$ 	۱/۵

<table>
<tr><td>۸-</td><td>
طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$\begin{cases} MT^۲=MA.MB(۰/۲۵)\Rightarrow ۳۶=۲(x+۶)\Rightarrow x=۱۲(۰/۵) \\ ۳\times y=۱\times x(۰/۲۵)\Rightarrow ۳y=۱۲\Rightarrow y=۴(۰/۵) \end{cases}$$



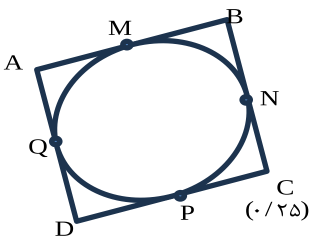
</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۹-</td><td>
با فرض $R=۴$ و $R'=۳$ طول مماس مشترک داخلی دو دایره برابر است با:

$$TT'=\sqrt{d^۲-(R+R')^۲}(۰/۲۵)\Rightarrow ۴\sqrt{۲}=\sqrt{d^۲-(۴+۳)^۲}\Rightarrow ۴\sqrt{۲}=\sqrt{d^۲-۴۹}(۰/۲۵)\Rightarrow$$
$$۳۲=d^۲-۴۹(۰/۲۵)\Rightarrow d^۲=۸۱\Rightarrow d=۹(۰/۲۵)$$

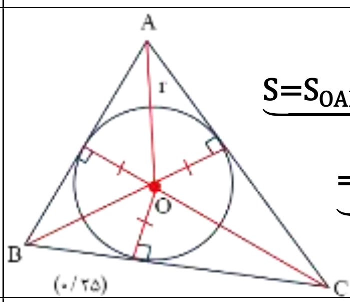
از برقرار شدن رابطه $d>R+R'(۰/۲۵)$ نتیجه می‌شود دو دایره متخارج‌اند. (۰/۲۵)
</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۰-</td><td>
فرض: چهار ضلعی **ABCD** محیطی است.

حکم: $AB+CD=AD+BC$

اساس اثبات این قضیه بر این است که هرگاه از نقطه‌ای خارج دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، طول دو پاره‌خط مماس با هم برابر است.



$$\underbrace{AB+CD=AM+BM}_{۰/۲۵}+\underbrace{CP+DP}_{۰/۲۵}=\underbrace{AQ+BN}_{۰/۲۵}+\underbrace{CN+DQ}_{۰/۲۵}=\underbrace{AD+BC}_{۰/۲۵}$$
</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۱-</td><td>
مطابق شکل مساحت مثلث **ABC** را برابر **S** فرض می‌کنیم و داریم:

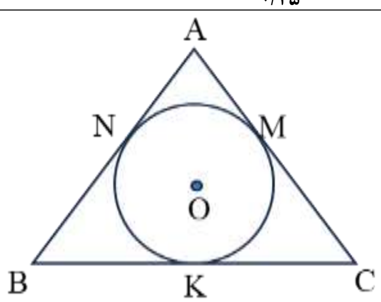


$$\underbrace{S=S_{OAB}+S_{OAC}+S_{OBC}}_{۰/۲۵}=\underbrace{\frac{۱}{۲}AB.r+\frac{۱}{۲}AC.r+\frac{۱}{۲}BC.r}_{۰/۲۵}$$
$$=\underbrace{\frac{۱}{۲}r(AB+AC+BC)}_{۰/۲۵}=\underbrace{\frac{۱}{۲}r\times ۲p}_{۰/۲۵}=rp\Rightarrow \underbrace{S=rp}_{۰/۲۵}$$
</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۲-</td><td>
می‌دانیم شعاع دایره محاطی خارجی مثلث برابر است با: $r_a=\frac{S}{p-a}$. (S مساحت مثلث و **P** نصف محیط است).

از آنجا که مثلث مورد نظر متساوی الاضلاع است، داریم:

$$\underbrace{S=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}_{۰/۲۵},\underbrace{P=\frac{۳a}{۲}}_{۰/۲۵}\Rightarrow \underbrace{r_a=\frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}{\frac{۳a}{۲}-a}}_{۰/۲۵}=\underbrace{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a}_{۰/۲۵}=\underbrace{\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times ۴\sqrt{۳}}_{۰/۲۵}=۶ \quad (۰/۲۵)$$
</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۳-</td><td>
مطابق شکل $\underbrace{a=BC,b=AC=AM+CM,C=AN+BN}_{۰/۲۵}$

و محیط مثلث **ABC** برابر است با:



$$\underbrace{a+b+c=۲p}_{۰/۲۵}\Rightarrow a+AM+\underbrace{CM}_{CK}+\underbrace{AN}_{AM}+\underbrace{BN}_{BK}=۲p,\underbrace{BK+CK=a}_{۰/۷۵}$$
$$\underbrace{\Rightarrow ۲a+۲AM=2p}_{۰/۲۵}\xrightarrow{\div 2}\underbrace{a+AM=p\Rightarrow AM=p-a}_{۰/۲۵}$$
</td><td>۱/۷۵</td></tr>
<tr><td>۱۴-</td><td>
فرض می‌کنیم طول قاعده‌ها **a** و **b** و طول ساق‌ها **x** باشد. از آنجا که ذوزنقه متساوی الساقین محیطی است، داریم:

(۱) $(۲x=a+b)$ (۰/۲۵)

و مساحت ذوزنقه برابر است با: $\underbrace{S=\frac{۱}{۲}(a+b)\times h,h=۲r}_{۰/۲۵}$

$$\underbrace{\Rightarrow S=(a+b).r\Rightarrow ۹۰=(a+b)\times ۳}_{۰/۲۵}\Rightarrow \underbrace{a+b=۳۰}_{۰/۲۵}$$

و طبق (۱) محیط برابر است با:

$$\underbrace{۲x+a+b=۲(a+b)}_{۰/۲۵}=\underbrace{۲\times ۳۰=۶۰}_{۰/۲۵}$$
</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td></td><td>جمع بارم</td><td>۲۰</td></tr>
</table>