

ردیف	پاسخ	نمره
-۱	الف) درست (ب) نادرست	۰/۷۵
-۲	الف) ۱- (ب) همانی	۰/۷۵
-۳	I) ب (II) الف (III) ت	۱/۵
-۴	در بازه $(-\infty, -2)$ اکیداً صعودی است. (۰/۲۵) در بازه $[-2, 0)$ اکیداً صعودی است. (۰/۲۵) در بازه $[0, 1)$ اکیداً صعودی است. (۰/۲۵) در بازه $[1, 2)$ ثابت است. (۰/۲۵) در بازه $[2, +\infty)$ اکیداً نزولی است. (۰/۲۵) رسم نمودار هر ضابطه (۰/۲۵)، مجموعاً رسم نمودار (۱/۲۵)	۲/۵
-۵	لذا تابع $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{6})$ در بازه $[\frac{\pi}{6}, \frac{8\pi}{6}]$ از $[0, 2\pi]$ اکیداً نزولی می‌باشد. (رسم نمودار ۰/۲۵ و هر کدام از نقاط انتهایی بازه ۰/۲۵)	۰/۷۵
-۶	الف) $D_f = \mathbb{R}$ (۰/۲۵)، $D_g = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) و $D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{x^2+2} \in [2, +\infty)\}$ (۰/۲۵). یعنی $D_{g \circ f} = \{x \in \mathbb{R} : \frac{-2x^2-2}{x^2+2} \geq 0\}$ (۰/۲۵). چون منحنی همواره مثبت است و صورت همواره منفی است (۰/۲۵)، پس $D_{g \circ f} = \{\}$ (۰/۲۵). ب) $y = \sqrt{x-2} \Rightarrow y^2 = x-2 \Rightarrow x = y^2+2 \Rightarrow y = g^{-1}(x) = x^2+2$ (۲۵/۰) $R_{g^{-1}} = D_g = [2, +\infty)$ (۲۵/۰) و $D_{g^{-1}} = R_g = [0, +\infty)$ (۲۵/۰)	۲/۲۵
-۷	$f \circ g = \{(1, 5)\}$ (۰/۲۵) و $g \circ f = \{(1, -2), (4, 2)\}$ (۰/۵)	۰/۷۵
-۸	روی نمودار به این نقاط دقت شود (نمودار هر بخش نیم نمره): (۰/۲۵) $(-4, 0) \rightarrow (-2, 4)$ و (۰/۲۵) $(-2, 4) \rightarrow (-1, 4)$ و (۰/۲۵) $(-1, 4) \rightarrow (1, -2)$ و (۰/۲۵) $(1, -2) \rightarrow (4, 0)$	۱
-۹	نمودار تابع $f^{-1}$ نمودار تابع $y = f^{-1}(-x)$ نمودار تابع $-2y = f^{-1}(-x)$ هر نمودار (۰/۲۵)	۰/۷۵
-۱۰	تابع در بازه $(1, +\infty)$ (۰/۲۵) یک به یک است. لذا: $y = x^2 - 2x - 8 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 - y = 0$ (۲۵/۰) $\Rightarrow \Delta = 4y + 36$ (۲۵/۰) $\Rightarrow$ $x = \frac{2 \pm \sqrt{4y+36}}{2} = 1 \pm \sqrt{y+9}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 1 + \sqrt{y+9}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y = 1 + \sqrt{x+9}$ چون $x \in (1, +\infty)$ و ضریب $x^2$ مثبت است پس $1 + \sqrt{y+9}$ قابل قبول است. (۰/۲۵)	۱/۵

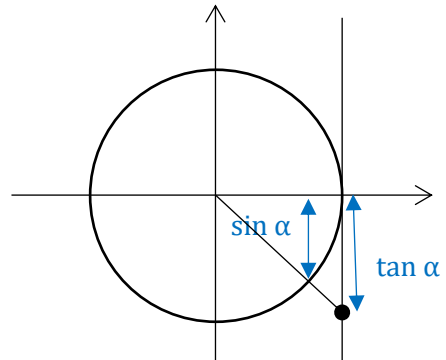
الف)  $\frac{\pi^2}{|b|} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow b = \pm 4$  (۰/۲۵) و  $33$  که جواب‌های زیر برای  $|a|$  و  $c$  وجود دارند:  $a = \pm 2 \Rightarrow c = 1$  و  $a = \pm 3 \Rightarrow c = 0$  (هر کدام از معادلات زیر قابل قبول هستند).

ب) در مورد تابع  $y = 1 - \cos 2x$  دوره تناوب:  $T = \frac{\pi^2}{|b|} = \frac{2\pi}{3} = \pi$  (۰/۲۵) ماکزیمم:  $|a| + |c| = |-1| + 1 = 2$  (۰/۲۵) و مینیمم:  $|a| + |c| = |-1| + 0 = -1$  (۰/۲۵) می‌باشد. یعنی نمودار شماره ۱ (۰/۲۵)

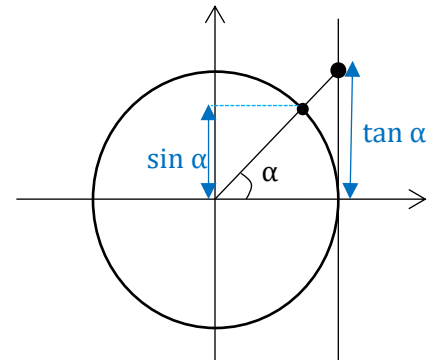
$$\begin{cases} y = \pm \sin \pm 4x + 2 \\ y = \pm \cos \pm 4x + 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \pm 2 \sin \pm 4x + 1 \\ y = \pm 2 \cos \pm 4x + 1 \end{cases} \quad \begin{cases} y = \pm 3 \sin \pm 4x \\ y = \pm 3 \cos \pm 4x \end{cases}$$

ب) در مورد تابع  $y = \sin \pi x$  دوره تناوب:  $T = \frac{\pi^2}{|b|} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$  (۰/۲۵) ماکزیمم:  $|a| + |c| = |1| + 0 = 1$  (۰/۲۵) و مینیمم:  $|a| + |c| = |1| + 0 = 1$  (۰/۲۵) می‌باشد. یعنی نمودار شماره ۴ (۰/۲۵)

الف) اگر  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$  آن‌گاه:  $\sin \alpha \leq \tan \alpha$  (۰/۲۵) ب) اگر  $\frac{3\pi}{4} < \alpha < 2\pi$  آن‌گاه:  $\sin \alpha \geq \tan \alpha$  (۰/۲۵)



رسم نمودار (۰/۲۵)



رسم نمودار (۰/۲۵)

الف)  $\sin 2x - 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cos x - 3 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x (2 \sin x - 3) = 0$  (۲۵/۰)

$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 & \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \text{ (۰/۲۵)} \\ 2 \sin x - 3 = 0 & \text{غ ق ق (۰/۲۵)} \end{cases}$

ب)

$$\cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow x = 2k\pi & k \in \mathbb{Z} \text{ (۰/۲۵)} \\ 2x = 2k\pi - x \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow 3x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} & k \in \mathbb{Z} \text{ (۰/۲۵)} \end{cases}$$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \Rightarrow (2\sqrt{13})^2 = 2^2 + 6^2 - 2(2)(6) \cos \alpha \Rightarrow 52 = 40 - 24 \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{3}$  (۰/۲۵)

جواب‌های کلی معادله برابر است با  $\alpha = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  (۰/۲۵). چون  $\alpha$  زاویه یک مثلث است پس جواب  $\alpha = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$  (۰/۲۵) قابل قبول است.

$$1 - 2 \cos^2 x = -\cos 2x \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow 1 - 2 \cos^2 (22/5^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (۰/۲۵)}$$

"در نهایت، نظر همکاران محترم صائب است"