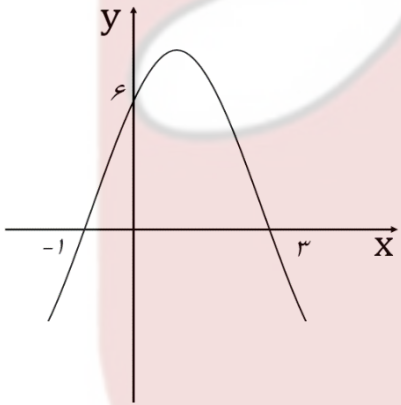




جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای صوابی
پایه : یازدهم	تاریخ امتحان : ۱۴۰۲/۱۰/۲
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۲۰ دقیقه

بارم	سوالات	ردیف
۲	<p>درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.</p> <p>(الف) معادله $x + \sqrt{x^2 - 9} + 2\sqrt{4 - x^2} = 0$ فاقد ریشه حقیقی است.</p> <p>(ب) برای تمامی مقادیر x و y می توان گفت: $x + y \leq x + y$</p> <p>(ج) نوع دیگری از نمایش تابع $\begin{cases} f: [0, \frac{1}{3}] \rightarrow [0, \frac{1}{3}] \\ f(x) = x^2 - 2x \end{cases}$ به صورت $\begin{cases} f: [0, 1] \rightarrow R \\ f(x) = x^2 - 2x \end{cases}$ است.</p> <p>(د) ضابطه $(x + y)(x - y) = 1$ تابع است.</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>(الف) قرینه نقطه ی نسبت به نقطه $M(-1, 3)$ بر روی مبدا مختصات قرار میگیرد.</p> <p>(ب) جمع دو عدد حقیقی ۱ و ضرب آن ها -۵ است. این دو عدد و هستند.</p> <p>(ج) حاصل عبارت $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{15}]$ برابر با است.</p> <p>(د) اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = x^2 - 4$ باشد، جواب های معادله $f \circ g(x) = 0$ برابر است با:</p>	۲
۰.۷۵	<p>تعداد n جمله از دنباله حسابی زیر را با هم جمع میکنیم. اگر حاصل به دست آمده برابر با ۱۰۲۴ باشد. مقدار n را بدست آورید.</p> <p>۱, ۳, ۵, ۷, ...</p>	۳
۰.۷۵	<p>در یک دنباله هندسی مجموع چهار جمله اول برابر با ۵۵ و مجموع چهار جمله بعدی ۲۲۰ است. قدر نسبت این دنبال را بیابید.</p>	۴
۱	<p>در معادله $x^2 - mx + 1 = 0$ با ریشه های α و β، ارتباط $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = 2$ بین ریشه ها برقرار است. ابتدا مقدار m را یافته و سپس مقدار $\alpha^4\beta + \alpha\beta^4$ را بیابید. (مقدار m را مثبت فرض کنید).</p>	۵
۱	<p>معادله سهمی زیر را بنویسید.</p> 	۶
۳	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>(الف) $(\frac{x^2}{3} + 1)^2 + 3(\frac{x^2}{3} + 1) = 54$</p> <p>(ب) $\frac{2}{(x-2)} + \frac{1}{(x+2)} = \frac{x^2 - x + 6}{x^2 - 4}$</p> <p>(ج) $\sqrt{x + \sqrt{2x}} + \sqrt{x - \sqrt{2x}} = 2$</p> <p>(د) $3[x] + 2[1 + x] = 7$</p>	۷



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیر دولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام دبیر: آقای صوابی تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۲ زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه	امتحان نوبت اول نام درس: حسابان ۱	نام و نام خانوادگی: پایه: یازدهم رشته: ریاضی
۱.۵	توابع زیر را تعیین علامت و به صورت چند ضابطه ای نوشته و سپس رسم کنید. الف) $y = x - 2 - x + 1 $ ب) $y = x^2 - x - 2 $ (راهنمایی: عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت کنید).	۸
۰.۵	اگر دو خط $3y = 3x + 4$ و $y = -8x + 1$ بر دایره ای مماس باشند. مساحت دایره را بیابید.	۹
۱.۵	نقطه $A(1, a)$ ، $B(3, 2)$ ، $C(1, 4)$ سه راس یک مثلث هستند. مقدار a را طوری بیابید که مثلث در راس A متساوی الساقین باشد. سپس فاصله نقطه A را از ضلع BC بیابید.	۱۰
۱	مقدار t را چنان بیابید که توابع $f(x) = \begin{cases} \frac{9x^2 - 4}{3x - 2} & x \neq \frac{2}{3} \\ 2t - 4 & x = \frac{2}{3} \end{cases}$ و $g(x) = 3x + 2$ برابر شوند.	۱۱
۲	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2 + \sqrt{x - 3} & x \geq 4 \\ x + [x + 1] & 1 \leq x < 3 \\ 1 - \frac{1}{x+1} & x < 0 \end{cases}$ را ترسیم کرده و برد آن را بدست آورید. (ترسیم کسری و رادیکالی به صورت انتقالی به کمک نمودارهای \sqrt{x} و $\frac{1}{x}$)	۱۲
۱	تابع $f(x) = (x - 2)^2 - 2$ را فرض کنید. دامنه ای که در آن یک به یک است را تعیین کرده و در انتها وارون آن را بنویسید.	۱۳
۲	اگر توابع f و g به صورت زیر باشند: $f = \{(-4, 13), (-1, -2), (0, 6), (3, -5), (4, 0)\}$ $g = \{(-5, -2), (4, 4), (3, 0), (-2, 5), (-1, 2)\}$ الف) مقادیر $f \circ g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $f - g$ و دامنه های آن ها را تعیین کنید. ب) حاصل عبارات $f \circ g(3) + g \circ f(3)$ و $\frac{f \circ g}{f - g}(-1)$ را بیابید.	۱۴
۲۰	موفق باشید	

به نام ربه العالمین و آفریننده آنها

باسم نام امتحان تربیت اول حسابان (۱)

۱ الف) دست (ب) دست (ج) نادریست (د) نادریست

۲ الف) (-۲, ۴) (ب) $\frac{1-\sqrt{21}}{2}, \frac{1+\sqrt{21}}{2}$ (ج) ۳۴ (د) ± 1

$$S_n = \frac{n}{r} [rt_1 + (n-1)d] = \frac{n}{r} [2 \times 1 + (n-1) \times 2] = \frac{n}{r} [2 + 2n - 2] = n^2 \quad (۳)$$

$$n^2 = 1024 \rightarrow |n = 32|$$

$$S_f = t_1 \frac{1-r^f}{1-r} = 55$$

$$S_{11} = t_1 \frac{1-r^{11}}{1-r} = 220 + 55 = 275$$

$$\frac{S_f}{S_{11}} = \frac{t_1 \frac{1-r^f}{1-r}}{t_1 \frac{1-r^{11}}{1-r}} = \frac{55}{275} = \frac{1}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{1-r^f}{(1+r^f)(1-r^f)} = \frac{1}{5} \rightarrow 1+r^f = 5$$

$$r^f = 4$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\alpha^r} + \frac{1}{\beta^r} = r \rightarrow \frac{\alpha^r + \beta^r}{\alpha^r \beta^r} = r \rightarrow \frac{S^r - rP}{P^r} = r \quad (۵)$$

$$S = -\frac{b}{a} = m$$

$$P = \frac{c}{a} = 1$$

$$\frac{m^r - r}{1} = r \rightarrow m = \pm r$$

$$\alpha^f \beta + \beta^f \alpha = \alpha \beta (\alpha^r + \beta^r) = P (S^r - rP) = 1 \times (m^r - r) \xrightarrow{m=r} 8 - 4 = 4$$

$$y = a(x - (-1))(x - 3) = a(x+1)(x-3) \quad (۶)$$

نقطه کنگی $(0, 4) \rightarrow 4 = a(0+1)(0-3) \rightarrow 4 = -3a$
 $a = -\frac{4}{3}$

$$y = -\frac{4}{3}(x+1)(x-3) = -\frac{4}{3}(x^2 - 2x - 3) = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$$

الف) $\frac{\alpha^r}{r} + 1 = t \rightarrow t^2 + 3t - 24 = 0$
 $(t+9)(t-4) = 0$

$t = 4 \rightarrow \frac{\alpha^r}{r} + 1 = 4 \rightarrow \frac{\alpha^r}{r} = 3 \rightarrow \alpha = \sqrt[3]{10}$
 $t = -9 \rightarrow \frac{\alpha^r}{r} + 1 = -9 \rightarrow \frac{\alpha^r}{r} = -10 \rightarrow \alpha = \sqrt[3]{-10}$

ب)

$$(x^2) = (x-2)(x+2)$$

$$r(x+2) + x-2 = x^2 - x + 4$$

$$rx + 2r = x^2 - x + 4 \rightarrow x^2 - rx + 4 - 2r = 0$$

$$(x-2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$$

ج) $\sqrt{x+\sqrt{2x}} + \sqrt{x-\sqrt{2x}} = 2$ بران $x + \sqrt{2x} + x - \sqrt{2x} + 2\sqrt{(x+\sqrt{2x})(x-\sqrt{2x})} = 4$

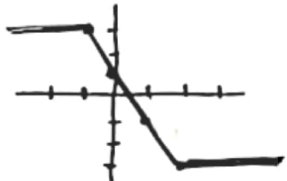
$\sqrt{x^2 - 2x} = \frac{4-2x}{2} = 2-x$ بران $x^2 - 2x = (2-x)^2 = 4 + x^2 - 4x$

عشق جواب $\sqrt{2+\sqrt{4}} + \sqrt{2-\sqrt{4}} = 2$ جواب ندارد

$x^2 - 2x + 4x - x^2 = 4 - 2x + 4$
 $2x = 8$
 $x = 4$

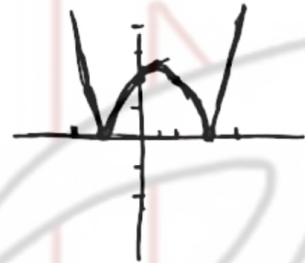
د) $3[a] + 2 + 2[x] = 7 \rightarrow \Delta[x] = \Delta \rightarrow [a] = 1$
 $1 \leq x < 2$

الف) $y = \begin{cases} -x+2 & x < -1 \\ -x+2-x-1 & -1 \leq x < 2 \\ x-2-x-1 & x \geq 2 \end{cases} = \begin{cases} 3 & x < -1 \\ -2x+1 & -1 \leq x < 2 \\ -3 & x \geq 2 \end{cases}$ (A)



ب) $y = |x^2 - x - 2| = |(x-2)(x+1)|$

$y = \begin{cases} (x-2)(x+1) & x < -1 \\ -(x-2)(x+1) & -1 \leq x < 2 \\ (x-2)(x+1) & x \geq 2 \end{cases}$



$x_0 = \frac{1}{2}$
 $\frac{0 \cdot \frac{1}{2} - 1}{-2 \cdot \frac{1}{2} - 2} = \frac{1}{-2}$

$x^2 - 4x + 3 = 0$ موازنه $1x + 4y = 4 = 0$ فاصله در خط $\frac{|-4 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + 4^2}} = \frac{3}{5} = \frac{1}{2}$ (9)
 $1x + 4y = 1 = 0$

مساحت دایره $= \frac{1}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2} \times (\frac{1}{2})^2 = \frac{\pi}{4}$

$AB = AC \rightarrow \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}$ (10)

$\rightarrow \sqrt{(1-3)^2 + (a-2)^2} = \sqrt{(1-1)^2 + (a-4)^2}$

$4 + (a-2)^2 = (a-4)^2 \rightarrow 4 + a^2 - 4a + 4 = a^2 - 8a + 16$

$4a = 8 \rightarrow a = 2$

ضلع BC: $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{4-2}{1-3} = -1$

$y = -(x-1) + 4 \Rightarrow y = -x + 5$

فاصله A تا خط BC (11)
 $x + y - 5 = 0$

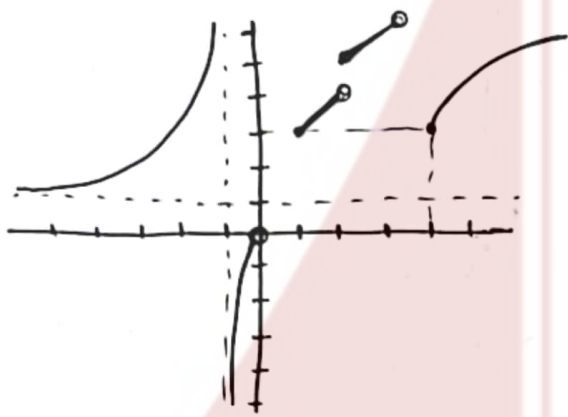
$h = \frac{|1+2-5|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$$D_f = D_g = \mathbb{R}$$

(11)

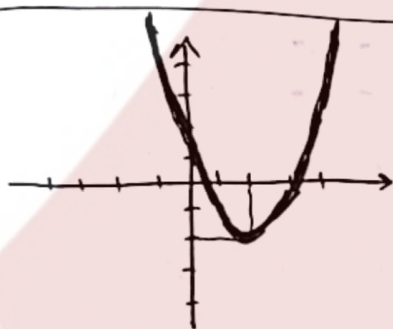
$$f(x) = g(x) \xrightarrow{x=2} f(2) = g(2) \rightarrow 2t - f = 2 \times \frac{2}{2} + 2 = f$$

$$\underline{t = 4}$$



$$f = \begin{cases} 2 + \sqrt{x-2} & x \geq 2 \\ x + [x] + 1 & 1 \leq x < 2 \\ x + [x]^2 + 1 & 2 \leq x < 3 \\ 1 - \frac{1}{x+1} & x < 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$R = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$$



از نقطه رأس سهمی به بعد یا به قبل ۱-۱ است

$$(-\infty, 2) \quad \cup \quad (2, +\infty)$$

$$\text{بجای } \rightarrow x = (y-2)^2 - 2$$

$$x+2 = (y-2)^2 \rightarrow y = \sqrt{x+2} + 2$$

$$D_f \cap D_g = [-1, 3, 4]$$

$$f-g = \begin{cases} f(-1) - g(-1) = -2 - 2 = -4 \checkmark \\ f(3) - g(3) = -2 - 0 = -2 \checkmark \\ f(4) - g(4) = 0 - 4 = -4 \checkmark \end{cases} \quad (14)$$

$$\frac{f}{g} = \begin{cases} \frac{f(-1)}{\sqrt{g(-1)}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} \checkmark \\ \frac{f(3)}{\sqrt{g(3)}} = \frac{-2}{\sqrt{0}} \times \\ \frac{f(4)}{\sqrt{g(4)}} = \frac{0}{\sqrt{4}} = 0 \checkmark \end{cases}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq -1\}$$

$$g \circ f = \begin{cases} g(f(-1)) = g(-2) = x \\ g(f(3)) = g(-2) = 2 \checkmark \\ g(f(4)) = g(0) = x \\ g(f(2)) = g(-2) = -2 \checkmark \\ g(f(1)) = g(0) = x \end{cases} \quad D_{g \circ f} = [-1, 3]$$

$$\frac{f \circ g}{f-g} (-1) = \frac{2f(-1) \cdot g(-1)}{f(-1) - g(-1)} = \frac{2 \times (-2) \times 2}{-2 - 2} = \frac{-8}{-4} = 2$$

$$f(g(3)) + g(f(3)) = f(0) + g(-2) = 4 + (-2) = 2$$

صفت - باشد