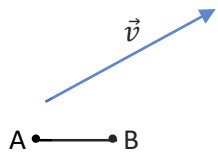
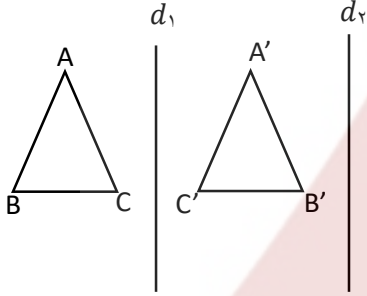


ساعات شروع : ۸ صبح	اداره آموزش و پرورش منطقه ۵ تهران	سوالات نوبت اول درس : هندسه ۲
تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۶	مرکز سنجش و ارزیابی منطقه ۵ تهران	نام و نام خانوادگی :
مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحات : ۳ صفحه	پایه و رشته : یازدهم - ریاضی و فیزیک

بارم	سوالات	ردیف
۱	درستی و یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید: الف) زاویه محاطی زاویه ایست که راس آن روی دایره و اضلاعش وترهایی از دایره می باشد. ب) اگر فاصله خط d از مرکز دایره $C(O, R)$ برابر $2R$ باشد، خط و دایره نسبت به هم متقاطع اند. پ) یک دوزنقه دلخواه هم محیطی و هم محاطی است. ت) تبدیل بازتاب، بیشمار نقطه ثابت دارد.	۱
۱	جای خالی را با عبارت مناسب تکمیل کنید: الف) وضعیت دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O', 2)$ که $OO' = 1$ نسبت به هم است. ب) در دوران به مرکز O و زاویه شیب خط حفظ می شود. پ) در هر تبدیل طولپا، تبدیل یافته هر زاویه، است. ت) یک چند ضلعی محیطی است اگر و فقط اگر همه آن در یک نقطه همرس باشند.	۲
۱	گزینه درست را انتخاب کنید: الف) در کدام حالت زیر بازتاب نسبت به خط d شیب خط را حفظ می کند. ۱) خط مورد نظر بر خط d عمود باشد. ۲) خط مورد نظر با خط d موازی باشد. ۳) خط مورد نظر و خط d متقاطع باشند. ۴) گزینه ۱ و ۲ ب) دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ مماس برون اند. کدام گزینه صحیح است: ۱) یک مماس مشترک داخلی و دو مماس مشترک خارجی دارند. ۲) دو مماس مشترک داخلی و دو مماس مشترک خارجی دارند. ۳) فقط یک مماس مشترک خارجی دارند. ۴) اصلا مماس مشترک ندارند.	۳
۰/۵	 <p>به سوالات زیر پاسخ کوتاه دهید: الف) در دایره $C(O, R)$ فاصله O از وترهای AB و CD به ترتیب ۲ و ۳ است. اگر $BH = 4$ و $CH' = 6 - x$، حدود تغییرات x را بیابید.</p>	۴
۰/۵	ب) دو خط d_1 و d_2 با زاویه 30° در نقطه O متقاطع اند. اگر بازتاب نقطه A نسبت به خط d_1 ، نقطه A' و بازتاب A' نسبت به خط d_2 باشد. نقطه A'' تصویر نقطه A تحت چه تبدیلی است؟ مشخصات این تبدیل چیست؟	
۱/۵	ثابت کنید اندازه هر زاویه ظلی نصف کمان روبروی آن است.	۵

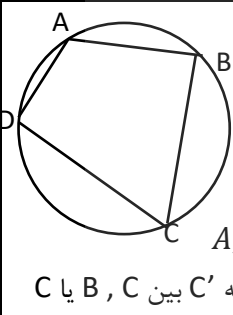
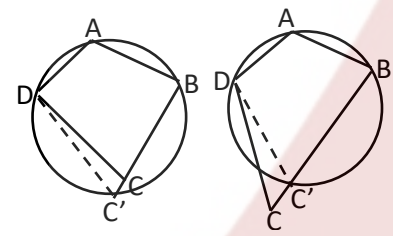
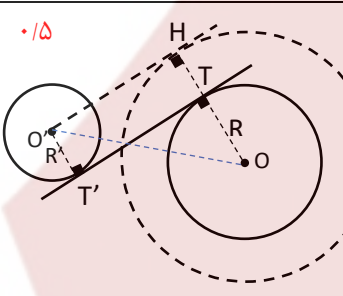
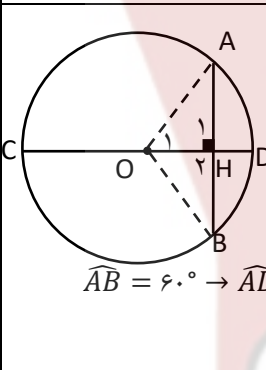
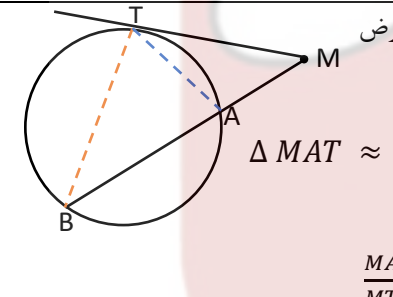
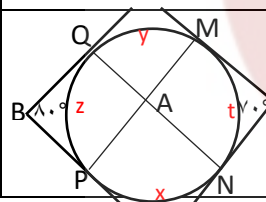
۱	مثلاً ABC در دایره $C(O, 4)$ محاط شده است. اگر $\hat{B} = 45^\circ$ باشد، طول کمان AC چقدر است؟	۶
۲	از نقطه M خارج از دایره $C(O, R)$ دو مماس بر دایره رسم کرده ایم. T و T' نقاط تماس هستند. ثابت کنید: الف) اندازه دو مماس برابرند. ب) نیم خط OM نیمساز زاویه TMT' است. پ) اگر $\widehat{TMT'} = 60^\circ$ و $OM = 12 \text{ cm}$ باشد، شعاع دایره چقدر است؟	۷
۱/۵	ثابت کنید یک چهارضلعی محاطی است اگر و فقط اگر دو زاویه مقابل آن مکمل باشند.	۸
۲	دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ متخارج اند. مراحل رسم مماس مشترک داخلی دو دایره را با رسم شکل توضیح دهید. اگر $R = 3$ و $R' = 2$ و $OO' = 13$ طول مماس مشترک داخلی این دو دایره را نیز محاسبه کنید.	۹
۲	الف) در دایره $C(O, R)$ وتر AB و قطری از دایره که بر وتر AB عمود است، مانند شکل مقابل داده شده است. ثابت کنید قطر CD وتر AB و کمان AB را نصف می کند. ب) اگر $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $AB = 10 \text{ cm}$ ، فاصله O از وتر AB را بدست آورید.	۱۰
۱	ثابت کنید اگر از نقطه M بیرون دایره $C(O, R)$ یک مماس و یک قاطع نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر با حاصل ضرب اندازه های دو قطعه قاطع است.	۱۱
۱	در شکل زیر اضلاع زاویه های \hat{B} و \hat{C} بر دایره مماس اند. اندازه زاویه \hat{A} چند درجه است؟	۱۲
۱	ثابت کنید در حالت زیر، بازتاب یک تبدیل طولپاست. (پاره خط یک سرش روی خط بازتاب d قرار دارد)	۱۳
	ثابت کنید در حالت زیر، انتقال شیب خط را حفظ می کند.	۱۴

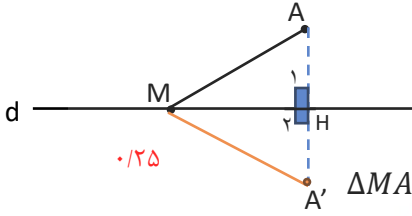
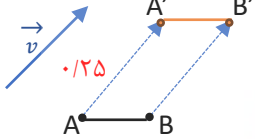
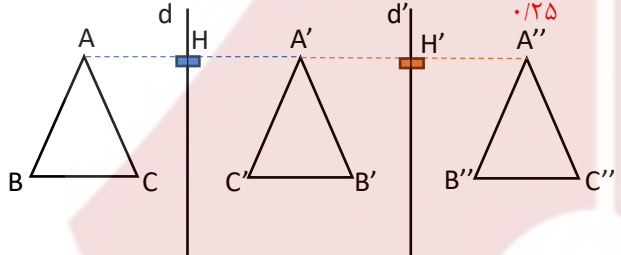
۱	 <p>(پاره خط AB با بردار انتقال \vec{v} موازی نیست)</p>	
۲	<p>در شکل d_1 به موازات d_2 و به فاصله m از آن قرار دارد. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط d_1 است. بازتاب مثلث $A'B'C'$ را نسبت به خط d_2 رسم کنید و آن را $A''B''C''$ بنامید.</p> <p>لف) نشان دهید $AA'' = 2m$</p> <p>ب) اندازه BB'' و CC'' چقدر است ؟</p> <p>پ) با چه تبدیلی می توان مثلث $A''B''C''$ را تصویر مثلث ABC دانست؟ چه نتیجه ای میگیرید.</p> 	۱۵
۲۰	موفق باشید	

ساعت شروع : ۸ صبح	اداره آموزش و پرورش منطقه ۵ تهران	کلید سوالات درس هندسه ۲
تاریخ آزمون : ۱۴۰۲/۱۰/۱۶	مرکز سنجش و ارزیابی منطقه ۵ تهران	پایه و رشته : یازدهم - ریاضی و فیزیک
مدت آزمون : ۱۲۰ دقیقه	تعداد صفحات : ۳ صفحه	

نمره به عدد:	نمره به حروف:	امضاء دبیر:
--------------	---------------	-------------

ردیف	بارم	پاسخ
۱	۱	الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ ت) درست ۰/۲۵
۲	۱	الف) مماس درون ۰/۲۵ ب) مضارب صحیح ۱۸۰° ۰/۲۵ پ) زاویه برابر آن ۰/۲۵ ت) نیمسازهای زاویه های ۰/۲۵
۳	۱	الف) گزینه ۴ ۰/۵ ب) گزینه ۱ ۰/۵
۴	۰/۵	الف) $OH < OH' \rightarrow AB > CD \rightarrow BH > CH'$ ۰/۲۵ $\rightarrow 4 > 6 - x \rightarrow x > 2, 6 - x > 0 \Rightarrow 2 < x < 6$ ۰/۲۵ ب) نقطه A'' تصویر نقطه A تحت تبدیل دوران ۰/۲۵ با زاویه ۶۰ درجه ۰/۲۵ حول نقطه O است. ۰/۵
۵	۱/۵	از طرفی زاویه \hat{C} محاطی و روبرو به کمان \widehat{AB} است: $\hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2}$ ۰/۲۵ (۲) از ابتدا از نقطه A قطر AC را رسم می کنیم و از نقطه C به نقطه B وصل می کنیم: ۰/۲۵ شعاع در نقطه تماس بر خط مماس عمود است $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$ ۰/۵ $\rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}$ (۱) ۰/۲۵ $\widehat{ABC} = 90^\circ \rightarrow \hat{A}_1 + \hat{C} = 90^\circ$ $\xrightarrow{(1),(2)} \widehat{xAB} = \hat{A}_2 = \frac{\widehat{AB}}{2}$ ۰/۲۵
۶	۱	زاویه محاطی $\widehat{ABC} = \frac{\widehat{AC}}{2} = 45^\circ \rightarrow \widehat{AC} = 90^\circ$ ۰/۲۵ $L_{\widehat{AC}} = \frac{90}{360} \times 2\pi r = \frac{2\pi \times 4}{4} = 2\pi$ ۰/۲۵
۷	۲	الف) $\Delta MOT \cong MOT' \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع قائمه}} \begin{cases} OM = OM \\ OT = OT' = r \rightarrow MT = MT' \\ \hat{T} = \hat{T}' = 90^\circ \end{cases}$ ۰/۱۵ ب) $\xrightarrow{\text{از همنهشتی}} \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 \rightarrow \widehat{TMT}'$ نیمساز زاویه OM ۰/۱۵ پ) $\widehat{TMT}' = 60^\circ \xrightarrow{\text{طبق قسمت (ب)}} \widehat{M}_1 = 30^\circ \xrightarrow{\Delta OMT \text{ قائمه الزویه}} OT = \frac{OM}{2} = \frac{12}{2} = 6 \rightarrow r = 6cm$ ۰/۱۵

۱/۵	<p>ابتدا فرض می کنیم چهارضلعی ABCD محاطی باشد، نشان می دهیم زاویه های روبرو مکمل اند.</p> <p>۸ $\widehat{A} + \widehat{C} = 180^\circ$ و $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$ حکم: \Leftrightarrow ABCD محاطی است: فرض</p> <p>$\widehat{A} = \frac{\widehat{DCB}}{2} \cdot \frac{1}{25}$ ، محاطی $\widehat{C} = \frac{\widehat{DAB}}{2} \cdot \frac{1}{25}$ جمع $\widehat{A} + \widehat{C} = \frac{\widehat{DCB} + \widehat{DAB}}{2} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ \cdot \frac{1}{25}$</p> <p>به همین ترتیب ثابت می شود که: $\widehat{B} + \widehat{D} = 180^\circ$</p> <p>حال برعکس، فرض می کنیم در چهارضلعی ABCD زاویه های \widehat{A}, \widehat{C} مکمل باشند. میدانیم از سه نقطه A, B, D یک دایره عبور می کند. $\cdot \frac{1}{25}$ اگر این دایره از C عبور نکند خط BC را در نقطه دیگری مانند C' قطع می کند که C' بین B, C یا C بین B, C' است. $\cdot \frac{1}{25}$ حال چهارضلعی ABC'D محاطی است لذا $\widehat{A} + \widehat{DC'B} = 180^\circ$</p> <p>پس $\widehat{C} = \widehat{C'}$ و این تناقض دارد. زیرا زاویه خارجی از زاویه داخلی غیر مجاور همیشه بزرگتر است. $\cdot \frac{1}{25}$</p>  
۲	<p>۹ دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ با فرض $R > R'$ در نظر می گیریم. به مرکز O و به شعاع $R + R'$ دایره ای رسم می کنیم. $\cdot \frac{1}{25}$ سپس از نقطه O' مماسی بر این دایره رسم می کنیم. $\cdot \frac{1}{25}$ شعاع OH در نقطه H بر این مماس عمود است $\cdot \frac{1}{25}$ و دایره C را در نقطه ای مانند T قطع میکند. از نقطه O' شعاع $O'T'$ را موازی OT رسم می کنیم. $\cdot \frac{1}{25}$</p> <p>از T به T' وصل می کنیم. $\cdot \frac{1}{25}$ $\Delta OO'H: TT' = O'H = \sqrt{d^2 - (R + R')^2} \cdot \frac{1}{25}$</p> <p>$= \sqrt{13^2 - (3 + 2)^2} = 12$</p> 
۲	<p>۱۰ (الف) فرض: $CD \perp AB$ ، حکم: $AH = BH$ ، $\widehat{AD} = \widehat{BD}$</p> <p>$\Delta OAH \cong \Delta OBH$ $\xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع قائمه}}$ $\begin{cases} OH = OH \text{ مشترک} \\ OA = OB = \text{شعاع} \cdot \frac{1}{25} \\ AH = BH, \widehat{O_1} = \widehat{O_2} \cdot \frac{1}{25} \\ \widehat{H_1} = \widehat{H_2} = 90^\circ \end{cases}$ (ب)</p> <p>$\widehat{AB} = 60^\circ \rightarrow \widehat{AD} = 30^\circ \rightarrow \widehat{O_1} = 30^\circ \cdot \frac{1}{25} \rightarrow \Delta OAH$ و قائم الزویه $AH = \frac{AB}{2} = 5 \text{ cm} \cdot \frac{1}{25} \rightarrow OA = 10 \cdot \frac{1}{25}$</p> <p>$OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{100 - 25} = 5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{25}$</p> 
۱	<p>۱۱ فرض: مماس MT و قاطع MB حکم: $MT^2 = MA \cdot MB$</p> <p>$\Delta MAT \approx \Delta MBT$ $\xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}}$ $\begin{cases} \widehat{M} = \widehat{M} \text{ مشترک} \\ \widehat{MTA} = \widehat{TBA} = \frac{\widehat{TA}}{2} \cdot \frac{1}{25} \end{cases} \xrightarrow{\text{تناسب اضلاع}} \frac{AT}{BT} = \frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \cdot \frac{1}{25}$</p> <p>$\frac{MA}{MT} = \frac{MT}{MB} \rightarrow MT^2 = MA \cdot MB \cdot \frac{1}{25}$</p> 
۱	<p>۱۲ $\widehat{QBP} = \frac{\widehat{QMNP} - \widehat{QP}}{2} \rightarrow 80^\circ = \frac{\widehat{QMNP} - \widehat{QP}}{2}$ ، $\widehat{MCN} = \frac{\widehat{MQPN} - \widehat{MN}}{2} \rightarrow 70^\circ = \frac{\widehat{MQPN} - \widehat{MN}}{2}$</p> <p>$160^\circ = y + t + x - z \cdot \frac{1}{25}$ ، $140^\circ = y + z + x - t \cdot \frac{1}{25} \rightarrow y + x = 150^\circ \cdot \frac{1}{25}$</p> <p>$\widehat{PAN} = \frac{x+y}{2} = 75^\circ \cdot \frac{1}{25}$</p> 

۱	 <p>ابتدا تصویر نقطه A را تحت بازتاب نسبت به خط d پیدا می کنیم و آنرا A' می نامیم. تصویر نقطه M تحت این بازتاب خودش خواهد بود. $\cdot/۲۵$ طبق ویژگی بازتاب $AH = A'H$ $\cdot/۲۵$</p> <p>ض ض ض $\left\{ \begin{array}{l} AH = A'H \\ MH = MH \\ \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right. \cdot/۲۵$ $\rightarrow MA = MA'$</p>	۱۳
۱	 <p>ابتدا تصویر نقطه ابتدا و انتهای پاره خط AB را تحت بردار \vec{v} بدست می آوریم و آنرا A'B' می نامیم. $\cdot/۲۵$ طبق ویژگی انتقال $AA' \parallel \vec{v}$, $BB' \parallel \vec{v}$, $AA' = \vec{v}$, $BB' = \vec{v}$ $\cdot/۲۵$ لذا: $AA' = BB'$, $AA' \parallel BB'$ پس چهارضلعی ABB'A' متوازی الاضلاع است. $\cdot/۲۵$ پس $AB \parallel A'B'$ یعنی شیب خط AB با شیب خط A'B' برابر است.</p>	۱۴
۲	 <p>طبق ویژگی بازتاب $AH = HA'$, $A'H' = H'A''$ $\cdot/۲۵$ و طبق شکل: $AA'' = AH + HA' + A'H' + H'A''$ $= ۲HA' + ۲A'H' = ۲(HA' + A'H') = ۲m$ $\cdot/۱۵$ به همین ترتیب ثابت می شود که: $BB' = CC' = ۲m$ $\cdot/۲۵$ چون $AA' = BB' = CC' = ۲m$ پس تصویر A'' پس تصویر A تحت انتقال با برداری به طول ۲m که موازی AA'' است. $\cdot/۲۵$ (به همین ترتیب تصویر B'' و C'' تصویر C تحت برداری با طول ۲m است.) نتیجه: ترکیب دو بازتاب پی در پی که محور تقارن آنها موازی و به فاصله m باشند، یک انتقال با برداری به طول ۲m است. $\cdot/۱۵$</p>	۱۵

تندرست باشید