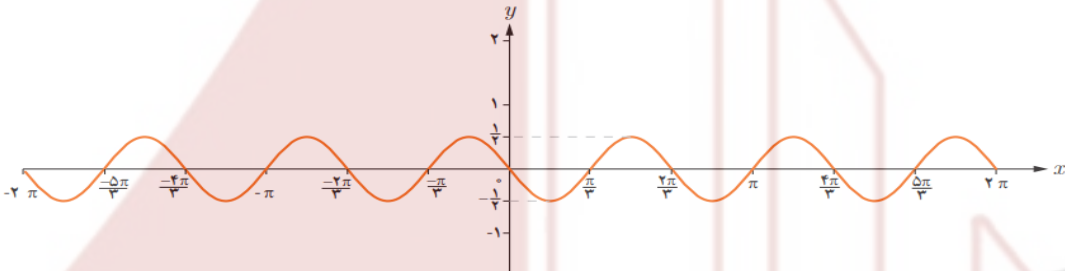
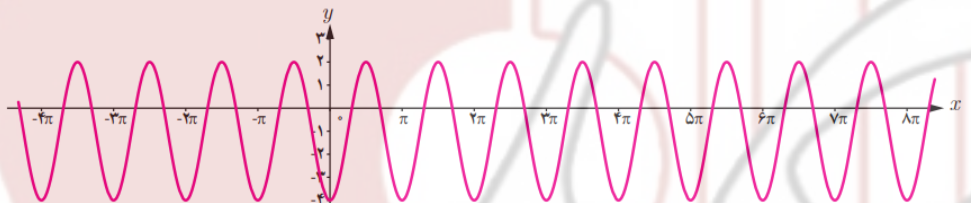


باسمه تعالی

سؤالات آزمون درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	تعداد صفحات: ۲
نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه دی ماه ۱۴۰۲		اداره آموزش و پرورش منطقه ۵ شهر تهران

ردیف	سؤالات	بارم
۱	<p>درستی و یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید:</p> <p>الف) برای رسم نمودار تابع <math>y = f(x + k)</math>، نمودار تابع <math>f</math> را <math>k</math> واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال میدهیم.</p> <p>ب) اگر دامنه و برد تابع <math>f</math> به ترتیب <math>D_f = [-1, 2]</math> و <math>R_f = [0, 1]</math> باشد، دامنه و برد تابع <math>y = -2f\left(\frac{x}{2}\right)</math> به صورت، <math>D = [-2, 4]</math> و <math>R = [-2, 0]</math> است.</p> <p>پ) می توان بازه ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.</p> <p>ت) حد <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2 x}</math> برابر صفر است.</p>	۱
۲	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید:</p> <p>الف) برای رسم نمودار تابع <math>y = f(-x)</math> کافی است قرینه نمودار تابع <math>y = f(x)</math> را نسبت به ..... رسم کنیم.</p> <p>ب) مقدار عبارت <math>(a - 1)(a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)</math> به ازای <math>a = \sqrt[5]{4}</math> برابر ..... است.</p> <p>پ) دوره تناوب تابع <math>y = 8 \cos\left(2\pi - \frac{\pi x}{2}\right) - 3</math> برابر ..... است.</p> <p>ت) حاصل حد <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x}{x+2}</math> برابر ..... است.</p>	۱
۳	<p>گزینه درست را انتخاب کنید:</p> <p>الف) برای رسم نمودار تابع <math>y = 1 - f(2x + 1)</math> به کمک نمودار تابع <math>y = f(x)</math> ترتیب مراحل کدام است:</p> <p>(۱) تغییرات طولها: دو برابر کردن طول نقاط سپس یک واحد به چپ</p> <p>تغییرات عرضها: ابتدا یک واحد به سمت بالا سپس قرینه نسبت به محور <math>x</math> ها</p> <p>(۲) تغییرات طولها: ابتدا یک واحد به سمت چپ سپس دو برابر کردن طول نقاط</p> <p>تغییرات عرضها: ابتدا قرینه کردن نسبت به محور <math>x</math>ها سپس یک واحد به سمت بالا</p> <p>(۳) تغییرات طولها: ابتدا نصف کردن طول نقاط سپس به اندازه <math>\frac{1}{2}</math> به سمت چپ</p> <p>تغییرات عرضها: ابتدا قرینه کردن نسبت به محور طولها سپس یک واحد به سمت بالا</p> <p>(۴) تغییرات طولها: ابتدا یک واحد به سمت چپ سپس نصف کردن طول نقاط</p> <p>تغییرات عرضها: یک واحد به سمت بالا سپس قرینه کردن نسبت به محور <math>x</math>ها</p> <p>ب) حاصل <math>L_1 = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-x}{\tan x}</math> و <math>L_2 = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\tan x}{1-x}</math> به ترتیب کدام است ؟</p> <p>(۱) <math>L_2 = 0, L_1 = +\infty</math> (۲) <math>L_2 = -\infty, L_1 = 0</math></p> <p>(۳) <math>L_2 = +\infty, L_1 = 0</math> (۴) <math>L_2 = 0, L_1 = -\infty</math></p>	۱
۴	<p>اگر تابع <math>f^{-1}</math> اکیدا صعودی باشد، مجموعه جواب نامعادله <math>f(x^3) &lt; f(x^2)</math> را بدست آورید.</p>	۱

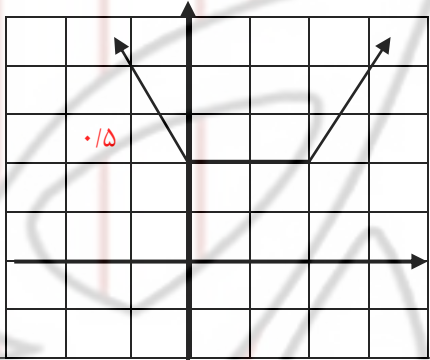
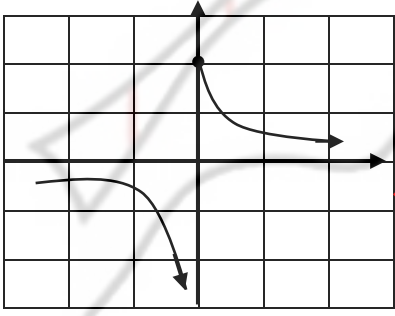
۱/۵	مقادیر $a, b$ را چنان بیابید که چند جمله ای $p(x) = x^5 + ax^2 + bx + 32$ بر $x^2 - 4$ بخش پذیر باشد.	۵
۱/۵	نمودار تابع $f(x) =  x - 2  +  x $ را رسم کنید. سپس مشخص کنید در چه فاصله هایی تابع صعودی و در چه فاصله هایی نزولی است؟ و در چه فاصله هایی ثابت است؟	۶
۰/۷۵ ۰/۷۵	الف) نمودار تابعی را رسم کنید که روی بازه های $(-\infty, 0)$ و $[0, +\infty)$ اکیدا نزولی ولی روی $\mathbb{R}$ اکیدا نزولی نباشد. ب) اگر نقطه $A(2, 2)$ روی نمودار تابع $y = \sqrt{x+2}$ باشد، نقطه نظیر $A$ روی نمودار تابع $y = 2 + \sqrt{x-2}$ چه مختصاتی دارد.	۷
۱/۵	الف) با تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر، ضابطه ای سینوسی برای آن بنویسید.  ب) با تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر، ضابطه ای کسینوسی برای آن بنویسید. 	۸
۳	معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید، سپس مجموعه جوابها در بازه $[-2\pi, 2\pi]$ را بدست آورید. الف) $\sin x + \cos x = 1$ ب) $\tan 3x = \tan \pi x$	۹
۱	اگر $\tan \alpha = 4$ ، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$ را بدست آورید.	۱۰
۲	الف) اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L > 0$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ ، درمورد حد تابع $\frac{f(x)}{g(x)}$ در $x = a$ چه میتوان گفت؟ ب) نمودار توابع $f(x) = \log_3 x$ و $g(x) = \frac{1}{ x }$ در اطراف $x = 0$ چگونه است؟ (با رسم شکل توضیح دهید)	۱۱
۱	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[x]-1}{x-2} = ?$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^3 + 2x - 1} = ?$	۱۲
۱/۵	مجانب های قائم و افقی تابع $f(x) = \frac{1+2x^2}{1-x^2}$ را در صورت وجود بیابید.	۱۳
۱/۵	نمودار تابعی را رسم کنید که شرایط زیر را داشته باشد: الف) $f(1) = f(-2) = 0$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty$ پ) معادله خطوط مجانب قائم و افقی تابع را در صورت وجود بنویسید.	۱۴
جمع ۲۰		

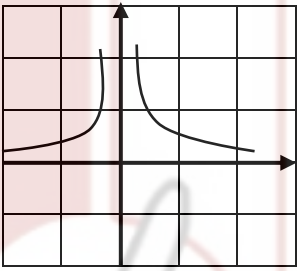
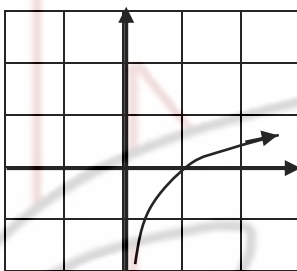
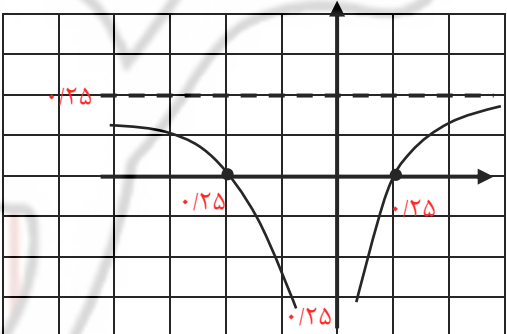
تعداد صفحات: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	کلید سوالات درس حسابان ۲
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۱۰/۱۶	ساعت شروع: ۱۰ صبح
اداره آموزش و پرورش منطقه ۵ شهر تهران		پایه: دوازدهم دوره متوسطه ی دوم

امضاء دبیر:

نمره به حروف:

نمره به عدد:

بارم	صفحه ۱	ردیف	
۱	پ) نادرست ۰/۲۵      ب) درست ۰/۲۵      الف) نادرست ۰/۲۵      ت) نادرست ۰/۲۵	۱	
۱	پ) ۴ ۰/۲۵      ب) ۳ ۰/۲۵      الف) محور عرضها ۰/۲۵      ت) ۱- ۰/۲۵	۲	
۱	ب) گزینه ۳ ۰/۲۵      الف) گزینه ۳ ۰/۲۵	۳	
۱	$f^{-1} \rightarrow x^3 < x^2 \rightarrow f^{-1}(f(x^3)) < f^{-1}(f(x^2)) \rightarrow f(x^3) < f(x^2) : f \text{ اکیدا صعودی} \rightarrow f^{-1}$ $\rightarrow x^3 - x^2 < 0 \rightarrow x^2(x-1) < 0 \rightarrow x < 1 \rightarrow (-\infty, 1) - \{0\} \cdot /۲۵$	۴	
۱/۵	$x^2 - 4 = (x-2)(x+2) \rightarrow \underbrace{p(2)=0}_{\cdot /۲۵} \text{ و } \underbrace{p(-2)=0}_{\cdot /۲۵} \rightarrow \begin{cases} 4a+2b=-64 \\ 4a-2b=0 \end{cases} \cdot /۵ \rightarrow a=-8, b=-16 \cdot /۵$	۵	
۱/۵	$f(x) =  x-2  +  x  = \begin{cases} -2x+2, & x \leq 0 \\ 2, & 0 < x < 2 \\ 2x-2, & x \geq 2 \end{cases} \cdot /۲۵$ در بازه $(-\infty, 0)$ و هر زیر بازه آن اکیدا نزولی و لذا نزولی است. ۰/۲۵ در بازه $(0, 2)$ و هر زیر بازه آن تابع ثابت و لذا هم صعودی و هم نزولی است. ۰/۲۵ در بازه $(2, +\infty)$ و هر زیر بازه آن اکیدا صعودی و لذا صعودی است. ۰/۲۵		۶
۰/۷۵	$A(2, 2) \in y = \sqrt{x+2}$ (ب) $A'(4, 2) \in y = \sqrt{x} \cdot /۲۵ \rightarrow A''(6, 4) \in y = 2 + \sqrt{x-2} \cdot /۵$		۷
۰/۷۵	$y = \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3}{2}x\right) \text{ و } c=0 \cdot /۲۵$ (الف) $y = \frac{3}{2} \cos\left(\frac{2}{3}x\right) \cdot /۲۵$ (ب)	۸	

۱/۵	<p>الف) <math>\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = 1</math> <math>\cdot/۵</math></p> <p><math>1 + \sin 2x = 1 \cdot/۲۵ \rightarrow \sin 2x = 0 \rightarrow 2x = k\pi</math></p> <p><math>x = \frac{k\pi}{2}</math> <math>\cdot/۲۵</math></p> <p><math>x = -2\pi, x = \frac{-2\pi}{2}, x = 2\pi, x = 0, x = \frac{\pi}{2}</math> <math>\cdot/۵</math></p>	<p>ب) <math>\tan 3x = \tan \pi x \rightarrow 3x = k\pi + \pi x</math> <math>\cdot/۲۵</math></p> <p><math>(3 - \pi)x = k\pi \rightarrow x = \frac{k\pi}{3 - \pi}</math> <math>\cdot/۵</math></p> <p>از طرفی: <math>3x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}</math> و <math>\cdot/۲۵</math></p> <p><math>\pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq k + \frac{1}{2}</math> <math>\cdot/۲۵</math></p> <p><math>x = 0</math> <math>\cdot/۲۵</math></p>	۹
۱	$\tan\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \frac{\tan\frac{\pi}{3} - \tan\alpha}{1 + \tan\frac{\pi}{3}\tan\alpha} \cdot/۵ = \frac{\sqrt{3} - 4}{1 + \sqrt{3} \cdot 4} = \frac{\sqrt{3} - 4}{1 + 4\sqrt{3}} \cdot/۲۵ = \frac{16 - 17\sqrt{3}}{47} \cdot/۲۵$		۱۰
۱	<p>الف)</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} g(x) > 0 & \text{اگر در همسایگی صفر} : \frac{L}{0^+} = +\infty \cdot/۵ \\ g(x) < 0 & \text{اگر در همسایگی صفر} : \frac{L}{0^-} = -\infty \cdot/۵ \end{cases}$		۱۱
۰/۵	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_r x = -\infty$ $\cdot/۲۵$		
۰/۵	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{ x } = +\infty$ $\cdot/۲۵$		
۰/۵	$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2[x]-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2(2)-1}{2-2} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ $\cdot/۲۵$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{4x^2 + 2x - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{4x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\cdot/۲۵$	۱۲
۱/۵	$D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$ $\cdot/۲۵ \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \rightarrow y = -2$ $\cdot/۲۵$		۱۳
	$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \frac{3}{0^-} = -\infty$ , $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty \rightarrow x = -1$ $\cdot/۵$		
	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty$ , $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1 + 2x^2}{1 - x^2} = \frac{3}{0^-} = -\infty \rightarrow x = 1$ $\cdot/۵$		
۱/۵	<p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 2 \rightarrow y = 2</math> <math>\cdot/۲۵</math> <math>\rightarrow</math> <math>y = 2</math> <math>\cdot/۲۵</math> <math>\rightarrow</math> <math>x = 0</math> <math>\cdot/۲۵</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty \rightarrow x = 0</math> <math>\cdot/۲۵</math></p>		۱۴

موفق باشید