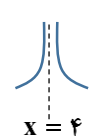
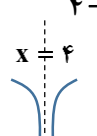
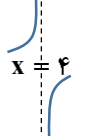
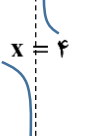
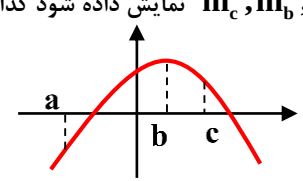




جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

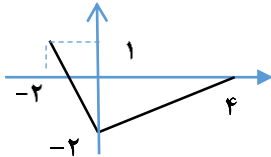
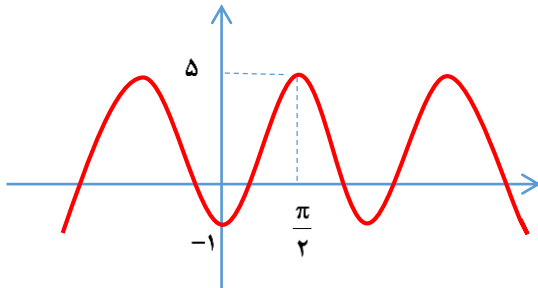
نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای : روحانی	امتحان نوبت اول
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان :	نام درس : حسابان ۲
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	

ردیف	سوالات	بارم
۱	درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید . الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{4}f(x)$ متناظر است . ب) باقیمانده تقسیم $۲x^2 - ۵ + ۳x$ بر $x - ۳$ برابر -۲ می باشد . پ) عبارت $x^5 - ۳۲$ را می توان با عامل $x + ۲$ تجزیه نمود . ت) تابع $y = x^2 x$ در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است.	۱
۲	در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید . الف) درجه چند جمله ای $f(x) = x^2(x^2 - ۵)^4$ می باشد . ب) دوره تناوب تابع $y = -۳\cos\left(\frac{\pi x}{۸}\right) - ۲$ برابر است . پ) اگر $\log_{\frac{1}{2}}(x+۱) \leq \log_{\frac{1}{2}}(۲x-۳)$ حدود x می باشد . ت) اگر f, g توابع مشتق پذیر و $f(۲) = ۳, f'(۲) = ۳, g(۲) = -۳, g'(۲) = ۲$ باشند مقدار $\left(\frac{g}{f}\right)'(۲)$ برابر است با	۱
۳	در هر مورد گزینه درست را انتخاب کنید . (۱) ۵۲ کدام شکل وضعیت نمودار تابع $f(x) = \frac{۲[x]}{۴-x}$ را در همسایگی $x = ۴$ نشان می دهد . دلیل بیاورید . الف)  (الف) ب)  (ب) پ)  (پ) ت)  (ت) (۲) چند مورد از موضوعات زیر درست است . الف) بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی اند (ب) هر تابع اکیداً یکنوا یک به یک است پ) تابع $f(x) = x^2$ در دامنه $\mathbb{R}$ صعودی است (ت) تابع $y = \tan x$ در بازه $(0, \pi)$ صعودی است (۱) یک مورد (۲) ۲ مورد (۳) ۳ مورد (۴) ۴ مورد (۳) حاصل $\cos^4 x - \sin^4 x$ به ازای $x = ۱۵^\circ$ برابر کدام گزینه است ؟ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) با توجه به نمودار تابع f اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب m_a, m_b, m_c نمایش داده شود کدامیک از گزینه های زیر صحیح است ؟ (۱) $m_c > m_b > m_a$ (۲) $m_b > m_a > m_c$ (۳) $m_a > m_b > m_c$ (۴) $m_c = m_b = m_a$ 	۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

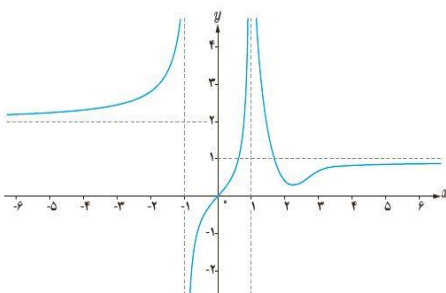
امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام دبیر : آقای : روحانی تاریخ امتحان : زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی : پایه : دوازدهم رشته : ریاضی	نام نوبت اول نام درس : حسابان ۲
۱/۲۵	اگر بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3)x$ در آن بازه صعودی اکید است $[1, +\infty)$ باشد، مقدار a را بیابید.	۴
۱/۲۵	تمام مجانب های افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$ را به دست آورید.	۵
۰/۷۵	اگر $g(x) = \sqrt{2x+3}$، $f(x) = \frac{2}{3}x+1$ باشد. حاصل عبارت $(f^{-1} \circ g^{-1})(1)$ را به دست آورید.	۶
۱/۲۵	نمودار تابع $f(x)$ شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = 1 - f(2x+1)$ را با توجه به آن رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین نمایید. 	۷
۱	دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را به دست آورید. $f(x) = 16\sin^2 x + 3$	۸
۱/۲۵	نمودار تابع $f(x) = a\cos bx + c$ به صورت رو به رو است مقدار $ab+c$ را بیابید. 	۹
۱/۲۵	معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید.	۱۰
۱	اگر عبارت $p(x) = x^2 + x^2 + ax + b$ بر $x^2 + x - 2$ بخش پذیر باشد، مقادیر a, b را بدست آورید.	۱۱
۲	حدود زیر را محاسبه کنید. ۱) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 + 3x - 2}{x^2 + x - 12}$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(-1)^{[x]+1}}{x^2 - 4}$ ۳) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{4x^2+x+1}}$ ۴) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x$	۱۲



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام دبیر : آقای : روحانی تاریخ امتحان : زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	نام و نام خانوادگی : پایه : دوازدهم رشته : ریاضی	امتحان نوبت اول نام درس : حسابان ۲
۱/۲۵	با توجه به شکل حاصل تمامی حدود زیر را محاسبه کنید . $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] + \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] =$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ 	۱۳
۱/۲۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x x-2$ را در نقطه $x=2$ مورد بررسی قرار دهید.	۱۴
۱/۵	مشتق توابع زیر را به دست آورید . (ساده کردن الزامی نیست) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^2 + 4)$, $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x-6}$, $h(x) = (2x^5 - 1)^4$	۱۵
۱	معادله خط مماس بر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x+6}{x-1}$ در نقطه تلاقی منحنی با نیمساز ناحیه اول را تعیین کنید .	۱۶
۲۰	موفق باشید	



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای : روحانی	امتحان نوبت اول نام درس : حسابان ۲
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان :	
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	

۱) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید .

الف) نقطه $(-۸, ۶)$ روی نمودار $y = f(x)$ با نقطه $(-۸, ۱۲)$ روی نمودار $y = \frac{1}{2}f(x)$ متناظر است . **نادرست**

ب) باقیمانده تقسیم $۳x^۲ - ۵ + ۳x$ بر $x - ۳$ برابر -۲ می باشد . **نادرست**

پ) عبارت $x^۵ - ۳۲$ را می توان با عامل $x + ۲$ تجزیه نمود . **نادرست**

ت) تابع $y = x^۲|x|$ در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است. **نادرست**

۲) در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید .

الف) درجه چند جمله ای $f(x) = x^۲(x^۲ - ۵)^۴$... **چهارده** می باشد .

ب) دوره تناوب تابع $y = -۳ \cos\left(\frac{\pi x}{۸}\right) - ۲$ برابر **۱۶** است .

پ) اگر $\log_{\frac{1}{2}}(x+۱) \leq \log_{\frac{1}{2}}(۲x-۳)$ حدود x **$x \leq ۴$** می باشد .

ت) اگر f, g توابع مشتق پذیر و $f'(۲) = ۳, g'(۲) = ۲, g(۲) = -۳, f(۲) = ۳$ باشند مقدار $\left(\frac{g}{f}\right)'_{(۲)}$ برابر است با

$$\left(\frac{g}{f}\right)'_{(۲)} = \frac{g'(۲)f(۲) - f'(۲)g(۲)}{(f(۲))^۲} = \frac{(۲ \times ۳) - (۱ \times -۳)}{۳^۲} = \frac{۹}{۹} = ۱$$



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

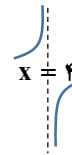
امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای : روحانی	پایه : دوازدهم
رشته : ریاضی	تاریخ امتحان :	زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه
امتحان نوبت اول		
نام درس : حسابان ۲		

(۳)

الف (گزینه ۲)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2[x]}{4-x} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{8}{0^-} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2[x]}{4-x} = \frac{6}{0^+} = +\infty \end{cases}$$



چند مورد از موضوعات زیر درست است .

الف (بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی اند) هر تابع اکیداً یکنوا یک به یک است

پ (تابع $f(x) = |x|^2$ در دامنه $\mathbb{R}$ صعودی است) تابع $y = \tan x$ در بازه $(0, \pi)$ صعودی است

(۱) یک مورد (۲) ۲ مورد (۳) ۳ مورد (۴) ۴ مورد

گزینه ۲

3 حاصل $\cos^4 x - \sin^4 x$ به ازای $x = 15^\circ$ برابر کدام گزینه است ؟

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) ۱

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

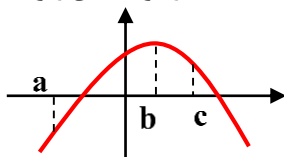
(۱) $\frac{1}{2}$

$$A = \cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x$$

$$A_{x=15} = \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۲

4 (با توجه به نمودار تابع f اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب m_a, m_b, m_c نمایش داده شود کدامیک از گزینه های زیر صحیح است ؟



(۲) $m_b > m_a > m_c$

(۱) $m_c > m_b > m_a$

(۴) $m_c = m_b = m_a$

(۳) $m_a > m_b > m_c$

گزینه ۳



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

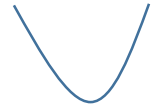
نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای : روحانی	امتحان نوبت اول نام درس : حسابان ۲
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان :	
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	

۴) اگر بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3)x$ در آن بازه صعودی اکید است $(+\infty, 1]$ باشد، مقدار a را بیابید.

۱) $a > 0$

۲) $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3)x \Rightarrow x = \frac{-B}{2A} = \frac{(3-a^2)}{2a} \leq 1 \Rightarrow a^2 + 2a - 3 \geq 0$

$(a-1)(a+3) \geq 0 \Rightarrow a < -3 \vee a > 1$



۳) $1 \cap 2 \Rightarrow a > 1$

۵) تمام مجانب های افقی و قائم تابع $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$ را به دست آورید.

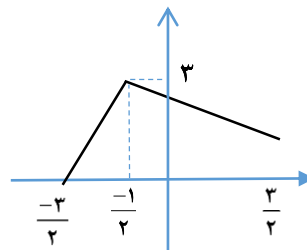
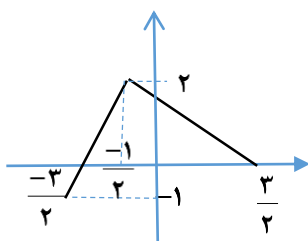
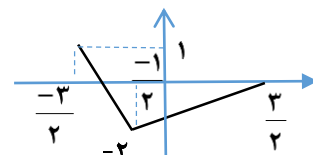
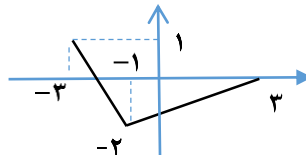
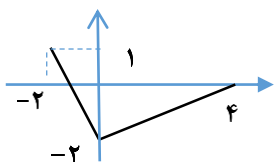
$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} = \frac{x-2}{x-4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{x-4} = 1 \Rightarrow y=1, \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-2}{x-4} = \pm\infty \quad x=4$$

۶) اگر $g(x) = \sqrt{2x+3}$ ، $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ باشد. حاصل عبارت $(f^{-1} \circ g^{-1})(1)$ را به دست آورید.

$$g^{-1}(1) = -1 \Rightarrow (f^{-1} \circ g^{-1})(1) = (f^{-1}(g^{-1}(1))) = f^{-1}(-1) = -3$$

۷) نمودار تابع $f(x)$ شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = 1 - f(2x+1)$ را با توجه به آن رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین نمایید.



$$D_g = \left[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right], \quad R_f = [0, 2]$$



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای : روحانی	امتحان نوبت اول
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان :	نام درس : حسابان ۲
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	

(۸) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع زیر را به دست آورید .

$$f(x) = 16\sin^2 x + 3$$

$$f(x) = 16\sin^2 x + 3 = 8(2\sin^2 x) + 3 = 8(1 - \cos^2 x) + 3 = -8\cos^2 x + 11$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = \pi, \quad y_{\max} = |a| + c = 8 + 11 = 19, \quad y_{\min} = -|a| + c = -8 + 11 = 3$$

$$f(x) = a\cos bx + c$$

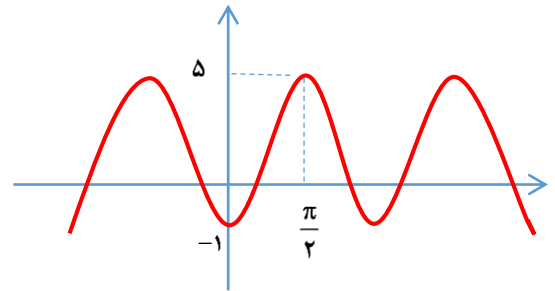
(۹)

$$T = 2\left(\frac{\pi}{2} - 0\right) = \pi \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2$$

$$y_{\max} = 5 = |a| + c, \quad y_{\min} = -1 = -|a| + c \Rightarrow c = 2, \quad |a| = 3$$

چون تابع در مبدا مینیمم دارد a باید منفی باشد

$$f(x) = a\cos bx + c = -3\cos 2x + 2$$



(۱۰) معادله مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید .

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 4\sin^2 x + 4\sin x - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \sin x = \frac{-3}{4} \\ \sin x = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{4} = \sin \frac{\pi}{6} \quad \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

(۱۱) اگر عبارت $p(x) = x^2 + x^2 + ax + b$ بر $x^2 + x - 2$ بخش پذیر باشد ، مقادیر a, b را بدست آورید .

$$x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2) \Rightarrow \begin{cases} P(1) = 0 \Rightarrow 1 + 1 + a + b = 0 \\ P(-2) = 0 \Rightarrow 16 + 4 - 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = -8 \end{cases}$$



جمهوری اسلامی ایران
وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات
دبیرستان غیر دولتی موحّد

نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای : روحانی	امتحان نوبت اول
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان :	نام درس : حسابان ۲
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	

$$۱) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 3x - 2}{x^2 + x - 12} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{16}{0^-} = -\infty$$

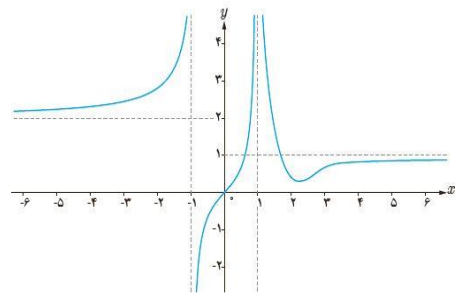
$$۲) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(-1)^{[x]+1}}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{4x^2+x+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2|x|} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{2(-x)} = -1$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x = \mp \infty$$

(۱۲)

(۱۳) با توجه به شکل حاصل تمامی حدود زیر را محاسبه کنید .



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) = 2^+] + \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) = 1^-] = 2 + 0 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$$

(۱۴) مشتق پذیری تابع با ضابطه $f(x) = x|x-2|$ با استفاده از تعریف مشتق در نقطه $x=2$ را بررسی کنید .

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x|x-2| - 0}{x-2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)}{x-2} = 2 = f'_+(2) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x(x-2)}{x-2} = -2 = f'_-(2) \end{cases}$$

مشتق ناپذیر است

(۱۵) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4) \rightarrow f' = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^3 + 4) + 3x^2(\sqrt{3x+2})$$

$$g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x-6} \rightarrow g' = \frac{-14x(x-6) - (1)(-7x^2 + 1)}{(x-6)^2}$$

$$h(x) = (2x^5 - 1)^6 \rightarrow h' = 6(10x^4)(2x^5 - 1)^5$$



نام و نام خانوادگی :	نام دبیر : آقای : روحانی	نام و نام خانوادگی :
پایه : دوازدهم	تاریخ امتحان :	پایه : دوازدهم
رشته : ریاضی	زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه	رشته : ریاضی

۱۶) معادله خط مماس بر تابع با ضابطه $f(x) = \frac{4x+6}{x-1}$ در نقطه تلاقی منحنی با نیمساز ناحیه اول را تعیین کنید .

$$\frac{4x+6}{x-1} = x \Rightarrow x^2 - x = 4x + 6 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x = -1, \quad x = 6$$

$$f(6) = \frac{30}{5} = 6 \Rightarrow f(x) = \frac{4x+6}{x-1} \Rightarrow f'(x) = \frac{-10}{(x-1)^2} \Rightarrow f'(6) = \frac{-2}{5}$$

$$y - f(6) = f'(6)(x - 6) \Rightarrow y - 6 = \frac{-2}{5}(x - 6)$$