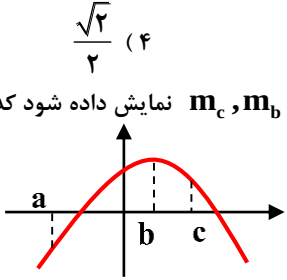




جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

|                      |                           |                   |
|----------------------|---------------------------|-------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام دبیر : آقای : روحانی  | امتحان نوبت اول   |
| پایه : دوازدهم       | تاریخ امتحان :            | نام درس : ریاضی ۳ |
| رشته : تجربی         | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                   |

| ردیف | سوالات                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | بارم |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید .</p> <p>الف ( نقطه <math>(-۸, ۶)</math> روی نمودار <math>y = f(x)</math> با نقطه <math>(-۸, ۱۲)</math> روی نمودار <math>y = \frac{1}{4}f(x)</math> متناظر است .</p> <p>ب) باقیمانده تقسیم <math>۲x^2 - ۵ + ۳x</math> بر <math>x - ۳</math> برابر <math>-۲</math> می باشد .</p> <p>پ) تابع <math>\tan x</math> در هر بازه ای که در آن تعریف شده باشد اکیداً صعودی است.</p> <p>ت) تابع <math>y = x^2 x </math> در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱    |
| ۲    | <p>در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید .</p> <p>الف ( درجه چند جمله ای <math>f(x) = x^2(x^2 - ۵)^4</math> ..... می باشد .</p> <p>ب) دوره تناوب تابع <math>y = -۳\cos\left(\frac{\pi x}{۸}\right) - ۲</math> برابر ..... است .</p> <p>پ) اگر <math>f(x) = ۲x^2 - ۱</math> باشد، حاصل <math>f^{-1}(۱۵)</math> برابر ..... است .</p> <p>ت) اگر <math>f, g</math> توابع مشتق پذیر و <math>f(۲) = ۳, f'(۲) = ۳, g(۲) = -۳, g'(۲) = ۲</math> باشند مقدار <math>\left(\frac{g}{f}\right)'(۲)</math> برابر ..... است با .....</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | ۱    |
| ۳    | <p>در هر مورد گزینه درست را انتخاب کنید .</p> <p>۱) شرط تشکیل تابع fog کدام گزینه است ؟</p> <p>۲) اشتراک دامنه <math>f</math> و برد <math>g</math> تهی نباشد</p> <p>۳) اشتراک برد های <math>f, g</math> تهی نباشد</p> <p>۴) اشتراک دامنه های <math>f, g</math> تهی نباشد</p> <p>۲) چند مورد از موضوعات زیر درست است .</p> <p>الف) بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی اند</p> <p>ب) هر تابع اکیداً یکنوا یک به یک است</p> <p>پ) تابع <math>f(x) =  x^2 </math> در دامنه <math>\mathbb{R}</math> صعودی است</p> <p>ت) تابع <math>y = \tan x</math> در بازه <math>(0, \pi)</math> صعودی است</p> <p>۱) یک مورد      ۲) ۲ مورد      ۳) ۳ مورد      ۴) ۴ مورد</p> <p>۳) حاصل <math>\cos^4 x - \sin^4 x</math> به ازای <math>x = ۱۵^\circ</math> برابر کدام گزینه است ؟</p> <p>۱) <math>\frac{1}{4}</math>      ۲) <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math>      ۳) <math>1</math>      ۴) <math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></p> <p>۴) با توجه به نمودار تابع <math>f</math> اگر شیب خط مماس در نقاط <math>a, b, c</math> به ترتیب <math>m_a, m_b, m_c</math> نمایش داده شود کدامیک از گزینه های زیر صحیح است ؟</p> <p>۱) <math>m_c &gt; m_b &gt; m_a</math>      ۲) <math>m_b &gt; m_a &gt; m_c</math></p> <p>۳) <math>m_a &gt; m_b &gt; m_c</math>      ۴) <math>m_c = m_b = m_a</math></p>  | ۲    |



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

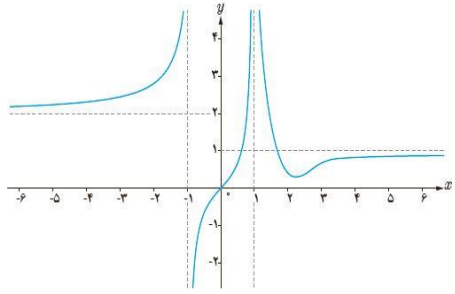
| نام و نام خانوادگی : |                                                                                                                                             | نام دبیر : آقای : روحانی  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| پایه : دوازدهم       |                                                                                                                                             | تاریخ امتحان :            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| رشته : تجربی         |                                                                                                                                             | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| نام درس : ریاضی ۳    |                                                                                                                                             | امتحان نوبت اول           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۴                    | اگر بزرگترین بازه ای که تابع $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3)x$ در آن بازه صعودی اکید است $[1, +\infty)$ باشد، مقدار $a$ را بیابید.                 | ۱/۲۵                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۵                    | اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ ، $g(x) = 3x^2 - 1$ ، دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. سپس ضابطه $g \circ f$ را بنویسید. | ۱/۲۵                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۶                    | اگر $g(x) = \sqrt{2x+3}$ ، $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$ باشد. حاصل عبارت $(f^{-1} \circ g^{-1})(1)$ را به دست آورید.                           | ۰/۷۵                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۷                    | نمودار تابع $f(x)$ شکل مقابل است. نمودار تابع $g(x) = 1 - f(2x - 1)$ را با توجه به آن رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین نمایید.            | ۱/۲۵                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۸                    | ضابطه تابعی به فرم $f(x) = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۳ و ماکزیم و مینیم آن به ترتیب ۵ و -۱ باشند.                          | ۱                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۹                    | نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ به صورت رو به رو است مقدار $ab + c$ را بیابید.                                                           | ۱/۲۵                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۱۰                   | معادله مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.                                                                             | ۱/۲۵                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۱۱                   | اگر عبارت $p(x) = x^6 + x^2 + ax + b$ بر $x^2 + x - 2$ بخش پذیر باشد، مقادیر $a$ ، $b$ را بدست آورید.                                       | ۱                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
| ۱۲                   | حدود زیر را تعیین کنید.                                                                                                                     | ۲                         | <p>۱) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{4x+1}{(2x+1)^2}</math></p> <p>۲) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x}</math></p> <p>۳) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x</math></p> <p>۴) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 3x + 7}{3x^3 + 5x + 2}</math></p> |



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

|                      |                           |                   |
|----------------------|---------------------------|-------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام دبیر : آقای : روحانی  | امتحان نوبت اول   |
| پایه : دوازدهم       | تاریخ امتحان :            | نام درس : ریاضی ۳ |
| رشته : تجربی         | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                   |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ۱۳ | <p>با توجه به شکل حاصل تمامی حدود زیر را محاسبه کنید .</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] + \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] =</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =</math></p>  | ۱/۲۵ |
| ۱۴ | مشتق پذیری تابع با ضابطه $f(x) = x x+1 $ با استفاده از تعریف مشتق در نقطه $x = -1$ را بررسی کنید .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | ۱/۲۵ |
| ۱۵ | مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).<br>$f(x) = \sqrt{3x+2}(x^2+1)$ , $g(x) = (x^2+3x+1)^7$ , $h(x) = \frac{x^2-5x+7}{-2x+9}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | ۱/۵  |
| ۱۶ | معادله خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 5$ در نقطه ای به طول $x = -1$ را بنویسید .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | ۱    |
| ۲۰ | موفق باشید                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

|                      |                           |                                                        |                |
|----------------------|---------------------------|--------------------------------------------------------|----------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام دبیر : آقای : روحانی  | <b>امتحان نوبت اول</b><br><br><b>نام درس : ریاضی ۳</b> | پایه : دوازدهم |
| رشته : تجربی         | تاریخ امتحان :            |                                                        |                |
|                      | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                                                        |                |

۱) درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید .

الف) نقطه  $(-۸, ۶)$  روی نمودار  $y = f(x)$  با نقطه  $(-۸, ۱۲)$  روی نمودار  $y = \frac{1}{2}f(x)$  متناظر است . **نادرست**

ب) باقیمانده تقسیم  $۳x^۲ - ۵ + ۳x$  بر  $x - ۳$  برابر  $-۲$  می باشد . **نادرست**

پ) تابع  $\tan x$  در هر بازه ای که در آن تعریف شده باشد اکیداً صعودی است. **درست**

ت) تابع  $y = x^۲|x|$  در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، اکیداً صعودی است. **نادرست**

۲) در جای خالی عبارات مناسب قرار دهید .

الف) درجه چند جمله ای  $f(x) = x^۲(x^۲ - ۵)^۴$  ... **چهارده** می باشد .

ب) دوره تناوب تابع  $y = -۳ \cos\left(\frac{\pi x}{۸}\right) - ۲$  برابر ..... **۱۶** است .

پ) اگر  $f(x) = ۲x^۲ - ۱$  باشد ، حاصل  $f^{-۱}(۱۵)$  برابر ..... **۲** است .

ت) اگر  $f, g$  توابع مشتق پذیر و  $f'(۲) = ۳, g'(۲) = ۲, g(۲) = -۳, f(۲) = ۳$  باشند مقدار  $\left(\frac{g}{f}\right)'_{(۲)}$  برابر است با .....

$$\left(\frac{g}{f}\right)'_{(۲)} = \frac{g'(۲)f(۲) - f'(۲)g(۲)}{(f(۲))^۲} = \frac{(۲ \times ۳) - (۱ \times -۳)}{۳^۲} = \frac{۹}{۹} = ۱$$



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

|                      |                           |                                                        |
|----------------------|---------------------------|--------------------------------------------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام دبیر : آقای : روحانی  | <b>امتحان نوبت اول</b><br><br><b>نام درس : ریاضی ۳</b> |
| پایه : دوازدهم       | تاریخ امتحان :            |                                                        |
| رشته : تجربی         | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                                                        |

( ۳ )

چند مورد از موضوعات زیر درست است .

- الف ( بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی اند )  
ب ( هر تابع اکیداً یکنوا یک به یک است )  
پ ( تابع  $f(x) = |x|^2$  در دامنه  $\mathbb{R}$  صعودی است )  
ت ( تابع  $y = \tan x$  در بازه  $(0, \pi)$  صعودی است )
- (۱) یک مورد (۲) ۲ مورد (۳) ۳ مورد (۴) ۴ مورد

گزینه ۲

- شرط تشکیل تابع fog کدام گزینه است ؟  
(۱) اشتراک دامنه f و برد g تهی نباشد  
(۲) اشتراک دامنه های f , g تهی نباشد  
(۳) اشتراک برد های f , g تهی نباشد  
(۴) اشتراک دامنه g و برد f تهی نباشد

گزینه ۱

۳ حاصل  $\cos^2 x - \sin^2 x$  به ازای  $x = 15^\circ$  برابر کدام گزینه است ؟

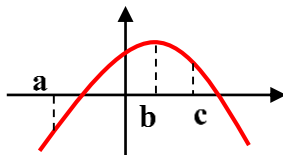
- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$A = \cos^2 x - \sin^2 x = (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos^2 x$$

$$A_{x=15} = \cos^2 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۲

۴ ( با توجه به نمودار تابع f اگر شیب خط مماس در نقاط a, b, c به ترتیب  $m_c, m_b, m_a$  نمایش داده شود کدامیک از گزینه های زیر صحیح است ؟ )



$$m_b > m_a > m_c \quad (۲)$$

$$m_c > m_b > m_a \quad (۱)$$

$$m_c = m_b = m_a \quad (۴)$$

$$m_a > m_b > m_c \quad (۳)$$

گزینه ۳



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

امتحانات  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

|                      |                           |                   |
|----------------------|---------------------------|-------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام دبیر : آقای : روحانی  | امتحان نوبت اول   |
| پایه : دوازدهم       | تاریخ امتحان :            | نام درس : ریاضی ۳ |
| رشته : تجربی         | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                   |

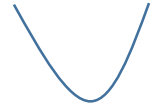
۴) اگر بزرگترین بازه ای که تابع  $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3)x$  در آن بازه صعودی اکید است  $(+\infty, 1]$  باشد، مقدار  $a$  را بیابید.

۱)  $a > 0$

۲)  $f(x) = ax^2 + (a^2 - 3)x \Rightarrow x = \frac{-B}{2A} = \frac{(3 - a^2)}{2a} \leq 1 \Rightarrow a^2 + 2a - 3 \geq 0$

$(a-1)(a+3) \geq 0 \Rightarrow a < -3 \vee a > 1$

۳)  $1 \cap 2 \Rightarrow a > 1$



۵) اگر  $f(x) = \sqrt{x-2}$ ،  $g(x) = 3x^2 - 1$ ، دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. سپس ضابطه gof را بنویسید.

$D_f = [2, +\infty)$ ،  $D_g = \mathbb{R}$

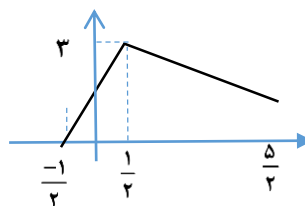
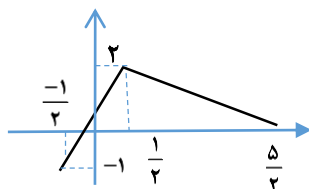
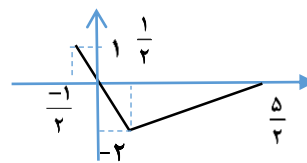
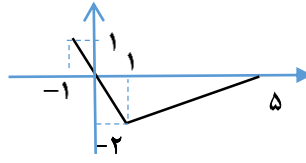
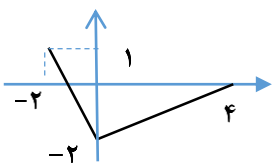
$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 1 \geq 2\} = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 - 1 \geq 2\} = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$gof = 3(\sqrt{x-2})^2 - 1 = 3x - 7$

۶) اگر  $g(x) = \sqrt{2x+3}$ ،  $f(x) = \frac{2}{3}x + 1$  باشد. حاصل عبارت  $(f^{-1} \circ g^{-1})(1)$  را به دست آورید.

$g^{-1}(1) = -1 \Rightarrow (f^{-1} \circ g^{-1})(1) = (f^{-1}(g^{-1}(1))) = f^{-1}(-1) = -3$

۷) نمودار تابع  $f(x)$  شکل مقابل است. نمودار تابع  $g(x) = 1 - f(2x - 1)$  را با توجه به آن رسم کنید و دامنه و برد آن را تعیین نمایید.





|                      |                           |                   |
|----------------------|---------------------------|-------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام دبیر : آقای : روحانی  | نام نوبت اول      |
| پایه : دوازدهم       | تاریخ امتحان :            | نام درس : ریاضی ۳ |
| رشته : تجربی         | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                   |

۸) ضابطه تابعی به فرم  $f(x) = a \sin bx + c$  را بنویسید که دوره تناوب آن ۳ و ماکزیم و مینیم آن به ترتیب ۵ و -۱ باشند .

$$f(x) = a \sin bx + c = 3 \sin \frac{2\pi}{3} x + 2$$

(۹)

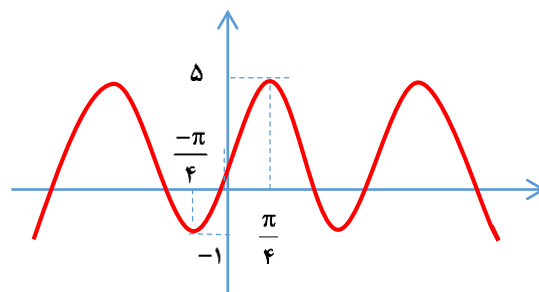
$$f(x) = a \sin bx + c$$

$$T = 2 \left( \frac{\pi}{4} - \left( -\frac{\pi}{4} \right) \right) = \pi \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = 2$$

$$y_{\max} = 5 = |a| + c, \quad y_{\min} = -1 = -|a| + c \Rightarrow c = 2, \quad |a| = 3$$

چون تابع در مبدا صعودی است  $a, b$  باید هم علامت باشند .

$$f(x) = a \sin bx + c = 3 \sin 2x + 2$$



۱۰) معادله مثلثاتی  $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$  را حل کنید .

$$2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin 2x = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

۱۱) اگر عبارت  $p(x) = x^2 + x^2 + ax + b$  بر  $x^2 + x - 2$  بخش پذیر باشد ، مقادیر  $a, b$  را بدست آورید .

$$x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2) \Rightarrow \begin{cases} P(1) = 0 \Rightarrow 1 + 1 + a + b = 0 \\ P(-2) = 0 \Rightarrow 4 - 4 - 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 8 \end{cases}$$



|                                                                         |                                                    |                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| نام دبیر : آقای : روحانی<br>تاریخ امتحان :<br>زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه | <b>امتحان نوبت اول</b><br><b>نام درس : ریاضی ۳</b> | نام و نام خانوادگی :<br>پایه : دوازدهم<br>رشته : تجربی |
|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|

(۱۲)

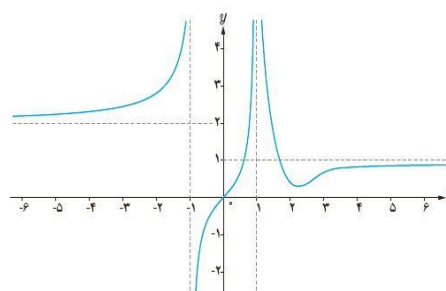
$$۱) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{4x+1}{(2x+1)^2} = \frac{3}{4}$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x} \times \frac{x + \sqrt{2x-1}}{x + \sqrt{2x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x(x-1)(2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{x(x-1)(2)} = 0$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \tan 2x \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan 2x = \tan \frac{\pi}{2}^+ = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \tan 2x = \tan \frac{\pi}{2}^- = +\infty \end{cases}$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 3x + 7}{3x^3 + 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3}{3x^3} = \frac{2}{3}$$

(۱۳) با توجه به شکل حاصل تمامی حدود زیر را محاسبه کنید .



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) = 2^+] + \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) = 2^-] = 2 + 0 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$$





جمهوری اسلامی ایران  
وزارت آموزش و پرورش  
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران  
دبیرستان غیردولتی موحّد

**امتحانات**  
دبیرستان غیر دولتی موحّد

|                      |                           |                   |
|----------------------|---------------------------|-------------------|
| نام و نام خانوادگی : | نام دبیر : آقای : روحانی  | امتحان نوبت اول   |
| پایه : دوازدهم       | تاریخ امتحان :            | نام درس : ریاضی ۳ |
| رشته : تجربی         | زمان پاسخگویی : ۱۱۰ دقیقه |                   |

۱۴) مشتق پذیری تابع با ضابطه  $f(x) = x|x+1|$  با استفاده از تعریف مشتق در نقطه  $x = -1$  را بررسی کنید .

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x|x+1| - 0}{x+1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x(x+1)}{x+1} = -1 = f'_+(-1) \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-x(x+1)}{x+1} = +1 = f'_-(-1) \end{cases}$$

۱۵) مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{3x+2}(x^2+1) &\Rightarrow f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2+1) + (2x)\sqrt{3x+2} \\ g(x) = (x^2+3x+1)^7 &\Rightarrow g' = 7(x^2+3x+1)^6(2x+3) \\ h(x) = \frac{x^2-5x+7}{-2x+9} &\Rightarrow h' = \frac{(2x-5)(-2x+9) - (-2)(x^2-5x+7)}{(-2x+9)^2} \end{aligned}$$

۱۶) معادله خط مماس بر منحنی تابع با ضابطه  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 5$  در نقطه ای به طول  $x = -1$  را بنویسید .

$$\begin{aligned} f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 5 &\Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x + 3 \\ f(-1) = -1 & \quad f'(-1) = 10 \\ y - f(-1) = f'(-1)(x+1) &\Rightarrow y + 1 = 10(x+1) \Rightarrow y = 10x + 9 \end{aligned}$$